جامعة ايبلا الخاصة
كلية الهندسة
قسم المعلوماتية والاتصالات

اسسس الهندسة الكهربائية

الأستاذ الدكتور رياض المصطفى

المقاومة : Resistance

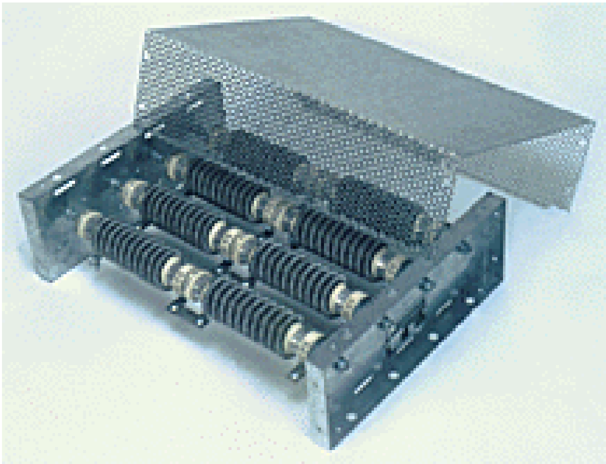
ارتباط الالكترونات بالنواة يختلف من مادة الى اخرى في بعض المواد وخاصة المعادن يكون عدد الالكترونات الحرة فيها كبير والية نقلها سهلة عند تطبيق اية قوة باتجاه معين يؤدي الى نقل الالكترونات بين الذرات وهذا يولد مرور تيار كهربائي ، لذلك تسمى هذه المواد بالمواد الناقلة (مرور التيار الكهربائي في هذه المواد سهل) هناك بعض المواد يكون عدد الالكترونات الحرة فيها قليل وارتباط هذه الالكترونات بالنواة قوية تسمى هذه المواد بالمواد العازلة (مرور التيار الكهربائي في هذه المواد صعب جدا) .

ويمكن تصنيف المواد كما يلي :

الناقلة	العازلة
الذهب	الزجاج
الفضة	المطاط
النحاس	الزيت (المعدني)
الالمنيوم	الاسفلت
الحديد	فيبر كلاس
الفولاذ	سيراميك
البرونز	كوارتز
الزئبق	(قطن – صوف – ورق) ناشف
المياه الملوثة	المياه النقية

المقاومة هو العنصر الذي يستهلك الطاقة الكهربائية ويحولها الى اشكال مختلفة مثل المصباح الوهاج يحول الطاقة الى اضاءة ، السخان الكهربائي يحول الطاقة الكهربائية عبر المقاومة الى طاقة حرارية ....

والشكل (١٠) يوضح بعض انواع المقاومات .



الشكل (١٠)

ويمكن تحديد المقاومة الكهربائية لناقل كهربائي بدلالة ابعاد ذلك الناقل وفقا للمعادلة التالية :

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

حيث :

L : طول الناقل مقدرا بالمتر (m) .

S : مقطع الناقل مقدرا بالمتر المربع (m^2) .

R : المقاومة الكهربائية مقدرة بالاوم (Ω) .
ρ : المقاومة النوعية للناقل وهي مقدرة بالاوم متر ($\Omega.m$) .

تتأثر قيمة المقاومة الكهربائية بدرجات الحرارة فبالنسبة للمعادن ، تزداد مقاومتها مع زيادة درجة الحرارة وتنقص بنقصانها (باستثناء الكربون) ، فاذا كانت (R_1) هي مقاومة الناقل في الدرجة (T_1) و (R_2) قيمة المقاومة لنفس الناقل في درجة الحرارة (T_2) تكون العلاقة المشتركة بين تلك القيم كما يلي :

$$R_2 = R_1(1+\alpha(T_2 - T_1))$$

حيث :

α : هو عامل الحرارة للمادة .
T_1 ، T_2 : مقدرة بالدرجات المئوية .
R_1 ، R_2 : المقاومات بالاوم .

يسمى مقلوب المقاومة الكهربائية R ناقلية الكهربائية G . وتعطى بالعلاقة التالية :

$$G = \frac{1}{R}$$

حيث:
G : الناقلية الكهربائية وتقدر بالسيمنز .

مثال (١).
اوجد مقاومة ناقل من النحاس طوله (١) كم وذو مقطع مستطيل (2.5 X 0.05) سم علما ان المقاومة النوعية للنحاس $\Omega.m$ $\rho=1.724*10^{-8}$.

الحل :

$$L = 1\ Km = 1000\ m$$
$$S = 2.5*10^{-2} *0.05* 10^{-2} = 1.25*10^{-5}\ m^2$$

بالتعويض في علاقة حساب المقاومة نحصل على مايلي :

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

$$R = 1.724*10^{-8} \frac{1000}{1.25*10^{-5}} = 1.38\Omega$$

مثال (٢) .

احسب مقاومة ناقل من النحاس ذو مقطع دائري قطره (٩) مم وطوله (٢) كم .

الحل :

$L = 2*1000 = 2000$ m

$S = \pi r^2$

$S = \pi(9/2*10^{-3})^2 = 63.62*10^{-6}$ m^2

$R = 1.724*10^{-8}(2000/63.62*10^{-6}) = 0.54\ \Omega$

مثال (٣) .

مضخة مياه تضخ الماء الى منزل على مسافة (١١) م ، فاذا كانت قيمة مقاومة الدارة الكهربائية التي تؤمن عمل المضخة (0.56) اوم اوجد مقطع الناقل المغذي ، علما ان الدارة تتألف من سلكين .

الحل :

بالاستفادة من العلاقة الخاصة لحساب المقاومة نكتب مايلي :

$$0.56 = 1.724*10^{-8}\,\frac{2*11}{S}$$

$$S = 6.773*10^{-7}\,m^{2}$$

$$S = 0.677mm^{2}$$

مثال (٤) .

ماهي مقاومة ناقل من النحاس في الدرجة (١٠) مئوية اذا كانت مقاومته في الدرجة (٦٠) مئوية هي (٥٠) اوم علما ان عامل الحرار للناقل $\alpha = 0.00393$.

الحل :

بالتعويض نحصل على مايلي :

$$R_{10} = R_{60}(1+\alpha(T_{10} - T_{60}))$$

$$R_{10} = 50(1+0.00393(10-60))$$

$$R_{10} = 40.175\Omega$$

كثافة التيار الكهربائي :

هي كمية التيار التي تجتاز واحدة المقطع وعادة تكون واحدة المقطع هي (mm^2) ، وترمز لكثافة التيار بالرمز (J) أي ان :

$$J = \frac{I}{S}[A/mm^{2}]$$

فواحدة كثافة التيار الكهربائي اذا هي : (امبير / مم٢)

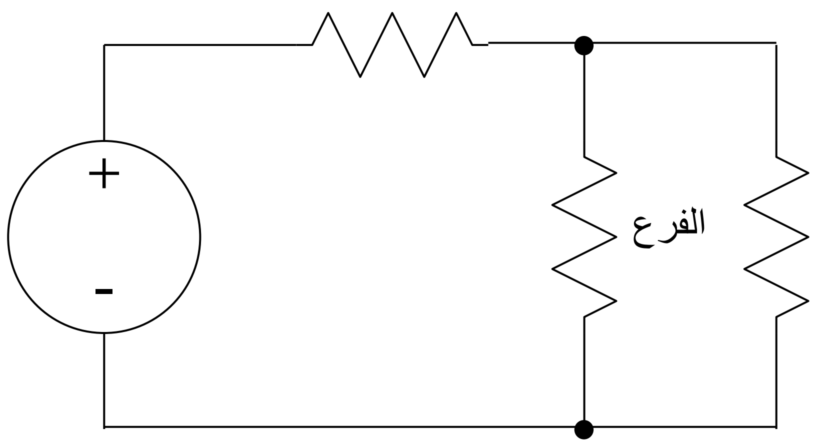
عناصر الدارة الكهربائية :

تصنف عناصر الدارة الكهربائية الى نوعين :

١. عناصر غير فعالة وهي التي تكون آخذة للقدرة الكهربائية مثل المقاومات والملفات والمكثفات . ...
٢. عناصر فعالة هي التي تقدم القدرة الى الدارة الكهربائية مثل منابع الجهد ومنابع التيار ....

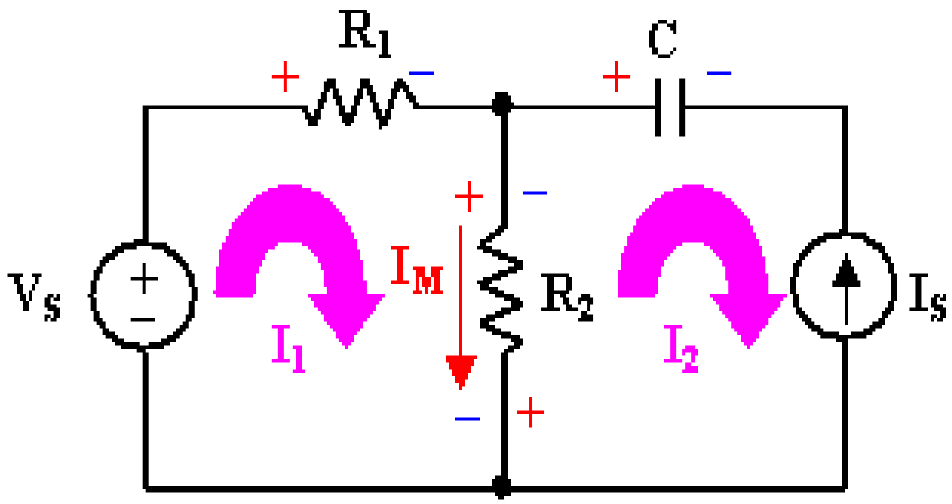
نميز في الدارة الكهربائية ما يلي :

١. العقدة هي نقطة اتصال عنصرين كهربائيين او اكثر . الشكل (١).



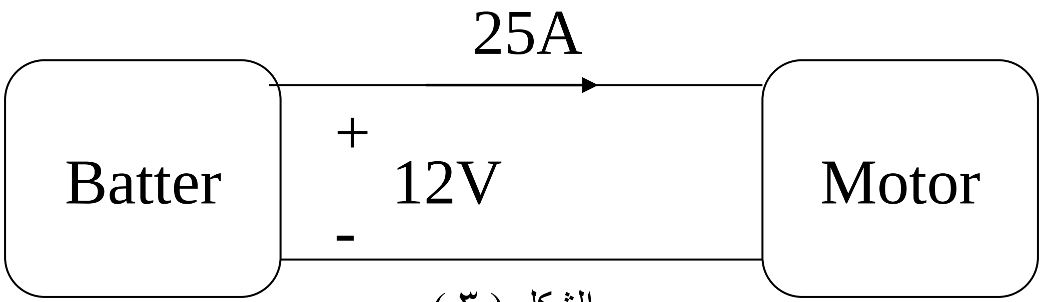
الشكل (١)

٢. الفرع هو أي عنصر كهربائي يصل بين عقدتين اتصالا مباشرا .
٣. الحلقة هي أي مسار مغلق يبدأ بالعقدة وينتهي بها ولا يمر بها اكثر من مرة ، الشكل (٢).



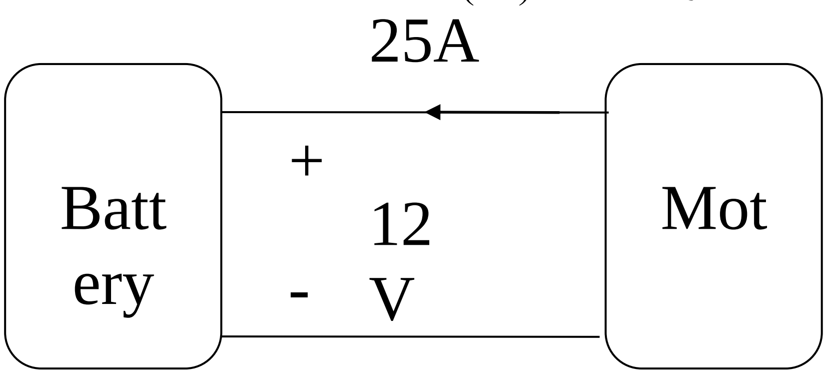
الشكل (٢)

٤- منبع جهد المستقل (المثالي) هو المنبع الذي يعطي جهدا ثابتا لايتوقف على قيمة التيار المار فيه الشكل (٣).



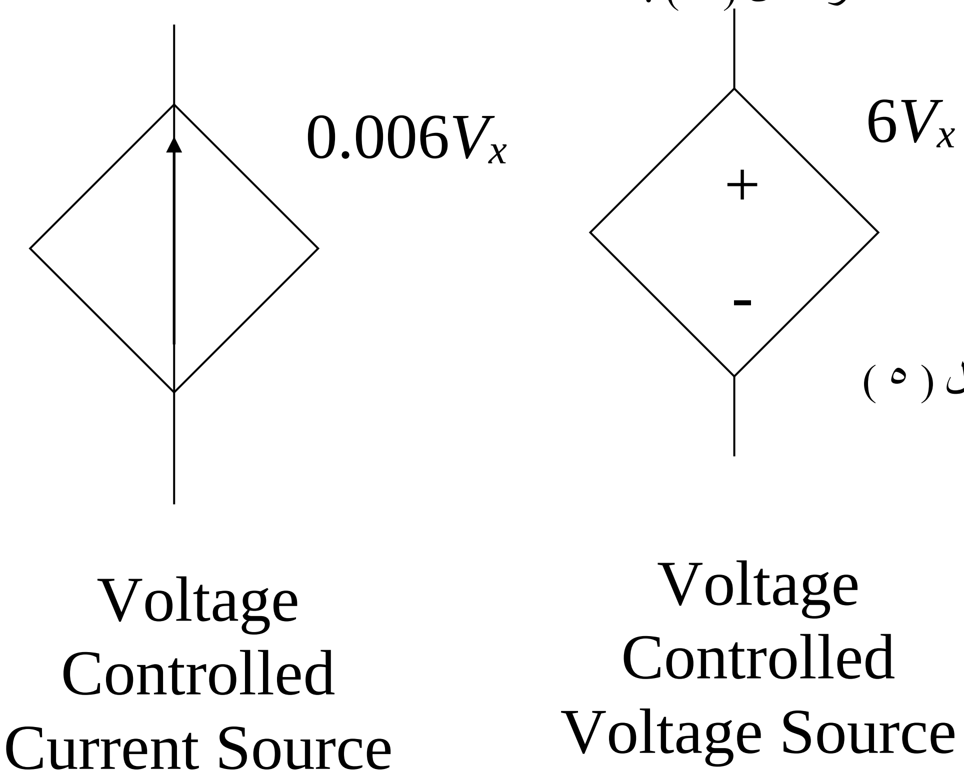
الشكل (٣)

٥- منبع تيار المستقل (المثالي) هو المنبع الذي يعطي تيارا ثابتا لا يتوقف على فرق الكمون بين طرفيه الشكل (٤).



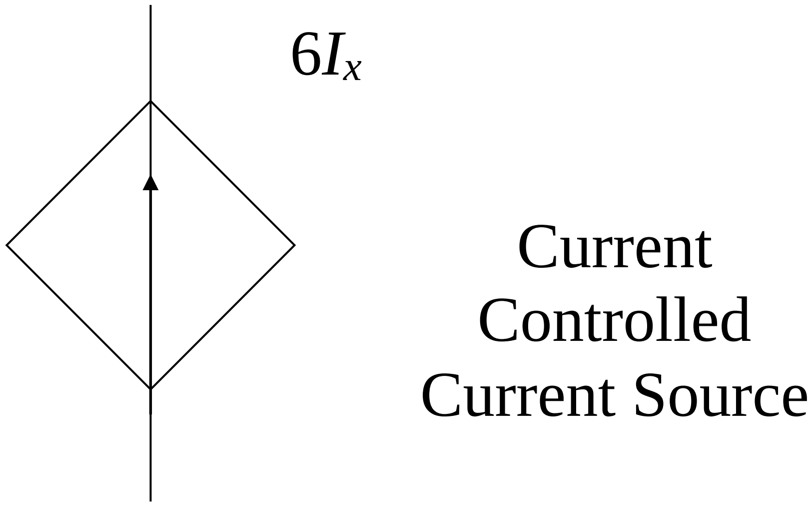
الشكل (٤)

- منبع الجهد المتحكم به هو منبع للجهد يمكن تغيير الجهد على اطرافه حسب حاجة المستثمرالشكل (٥) .



الشكل (٥)

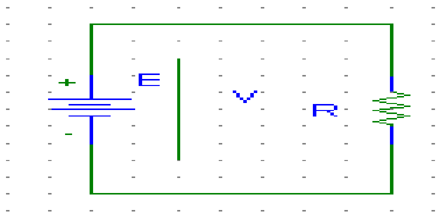
- منبع التيار المتحكم به هو منبع للتيار يمكن تغيير التيار المسحوب منه حسب الحاجة الشكل (٦).



الشكل (٦)

قانون اوم

اذا تم تطبيق جهد قدره (E) فولط على مقاومة قدرها (R) اوم كما في الشكل (٧).

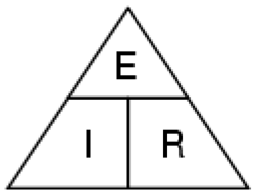


الشكل (٧)

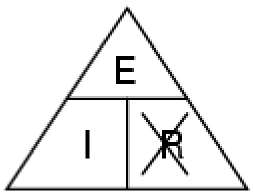
فان تيارا كهربائيا سيمر في المقاومة يحدد بالعلاقة التالية :

$$E = I * R \quad \text{او} \quad I = \frac{E}{R}$$

أي ان التيار الذي يسري في دارة كهربائية او في جزء من دارة كهربائية (مقاومة) يتناسب طردا مع الجهد المطبق و عكسا مع المقاومة .
وخير مايمثل قانون اوم هو مثلث الذي يربط بين الجهد (القوة المحركة الكهربائية E) والتيار (I) والمقاومة (R) .

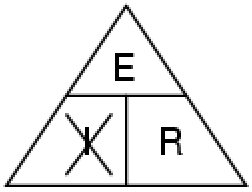


اذا كان المجهول المقاومة نطبق الشكل التالي :



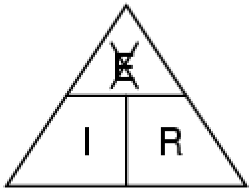
$$R = \frac{E}{I}$$

واذا كان المجهول التيار نستفيد من المثلث ونطبق مايلي :



$$I = \frac{E}{R}$$

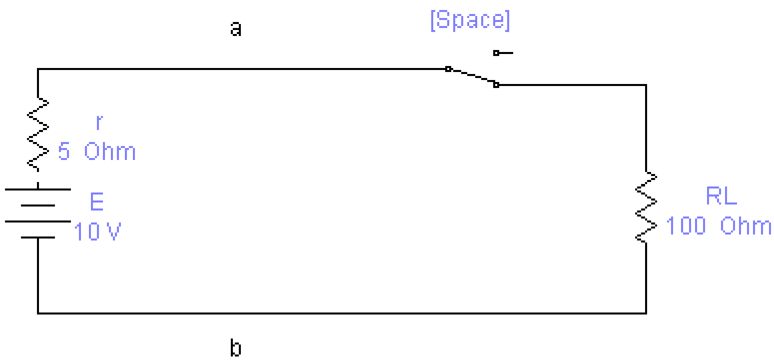
واذا كان المجهول هو الجهد بين طرفي المقاومة نستفيد من الشكل التالي :



$$E = I\,R$$

- المقاومة الداخلية لمنابع الجهد :

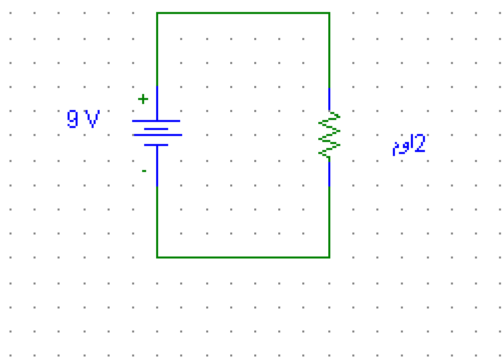
تمثل المنابع الكهربائية (المولدات – البطاريات ....) بمنبع ثابت للقوة المحركة الكهربائية E على التسلسل مع مقاومة r تدعى r المقاومة الداخلية للمنبع كما هو مبين في الشكل (٨) :



الشكل (٨)

مثال (١):

اوجد التيار المار في مقاومة قدرها (٢) اوم عند تطبيق جهد عليها قدره (٩) فولط كما هو مبين في الشكل (٩) .



الشكل (٩)

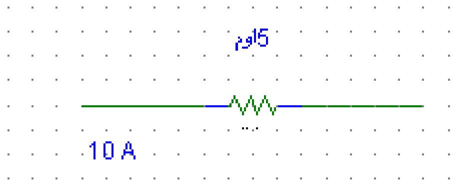
الحل :
بتطبيق قانون اوم نجد ان :

$$R = \frac{V}{I} = \frac{E}{I}$$
$$I = \frac{E}{R}$$

وبالتعويض نحصل على ما يلي :

$$I = \frac{9}{2} = 4.5A$$

مثال (٢):
احسب هبوط الجهد الحاصل على مقاومة قدرها (٥) اوم ، اذا كان التيار المار عبر المقاومة هو 10 A كما هو مبين في الشكل (١٠) .



الشكل (٩).

الحل :

يحسب هبوط الجهد باستخدام قانون اوم حسب العلاقة التالية :

$$V = R * I$$

$$V = 5*10 = 50V$$

مثال (٣):

احسب هبوط الجهد الحاصل على مقاومة قيمتها (٢٠) اوم عند مرور تيار خلالها قدره (١٠) امبير .

الحل :

بالاستفادة من قانون اوم نحصل على ما يلي :

$$V = R * I$$

$$V = 20*10 = 200V$$

الاستطاعة والطاقة

الاستطاعة هي العمل المنجز في واحدة الزمن ،وتعطى بالعلاقة التالية :

$$P = \frac{W}{t}$$

حيث :

P :الاستطاعة وتقدر بالواط (w).

w : العمل ويقدر بالجول (J) .

t : الزمن ويقدر بالثانية (s) .

يوجد علاقة بين الاستطاعة الميكانيكية والاستطاعة الكهربائية كما يلي :

الحصان البخاري = 746 W

ويمكن كتابة الاستطاعة الكهربائية بدلالة الجهد والتيار بالعلاقة التالية :

$$P = V * I$$

او بدلالة كلا من المقاومة والجهد كما يلي :

$$P = V * \frac{V}{R} = \frac{V^2}{R}$$

او بدلالة التيار والمقاومة :

$$P = I * (I * R) = I^2 * R$$

وتحدد عادة على الاجهزة الكهربائية المنزلية والصناعية الاستطاعة الاسمية لكل جهاز .

وتحدد الطاقة المصروفة او المكتسبة لاي نظام عمل بالعلاقة التالية :

$$W = P * t$$

فاذا قدرت (p) بالواط و (t) بالثانية تقدر الطاقة المصروفة بالجول ، وبما ان هذه الواحدة صغيرة نسبيا تقدر القدرة (W) بالواط الساعي (W.h) او بالكيلو واط ساعي (K.W.h) . علما ان :

$$K.W.h = 1000\ W.h$$

المردود :

يعرف المردود بانه نسبة الطاقة او الاستطاعة الناتجة الى الطاقة او الاستطاعة المقدمة أي ان :

$$\eta = \frac{P_{ouput}}{P_{input}}$$

اذا كان نظام العمل يتألف من عدة مراحل فان المردود الكلي للنظام هو جداء مردود كل مرحلة ويحسب المردود النهائي حسب العلاقة التالية :

$$\eta = \eta_1 * \eta_2 * \eta_3 .....\eta_n$$

مثال (٤):

ماهي الاستطاعة المقدمة الى محرك كهربائي يعمل بجهد مستمر قدره (١٢) فولط والتيار الاسمي له (0.9) امبير وما هي قيمة المقاومة المكافئة في الدارة.

الحل :

من القانون

$$P = V.I$$

$$P = 12.0.9 = 10.8W$$

هناك امكانية حساب المقاومة المكافئة بطريقتين :

- من قانون اوم حسب العلاقة التالية :

$$V = R * I$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{12}{0.9} = 13.33\Omega$$

- من قانون الاستطاعة حسب العلاقة التالية :

$$P = R * I^2$$

$$R = \frac{P}{I^2} = \frac{10.8}{0.9^2} = 13.33\Omega$$

مثال (٥):

ماهي الطاقة الكهربائية اللازمة لانارة مصباح كهربائي استطاعته (٦٠) واط ، بشكل مستمر لمدة عام كامل (٣٦٥) يوما واحسب كلفة استخدام هذا المصباح لهذه الفترة اذا علمت ان سعر KWh يساوي 1.2 ل.س .

مثال (٦):

كم ساعة عمل يمكن لجهاز تلفزيون استطاعته (٢٠٥) واط ان يعمل ، اذا كانت الطاقة المتوفرة بالكيلو واط الساعي هي : (٤) كيلو واط ساعي .

الحل :

بتطبيق علاقة القدرة مع الزمن والاستطاعة نحصل على ما يلي :

$$W = P * t$$

$$t = \frac{W}{P} = \frac{4*1000}{205} = 19.51h \quad (\text{ساعة})$$

مثال (٧) :

محرك كهربائي استطاعته (٢) حصان بخاري (H.P) يعمل بمردود قدره (٧٥ %) ماهي الاستطاعة المقدمة اليه بالواط ، اذا تيار الدخل له (9.05 A) وما جهد الدخل المطبق عليه .

الحل :

بتطبيق علاقة المردود نحصل على ما يلي :

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{inp}} * 100\%$$

$$P_{inp} = \frac{P_{out}}{\eta} = \frac{2*746}{0.75} = 1989.33$$

$$P_{inp} = V * I \Rightarrow V = \frac{P_{inp}}{I} = \frac{1989.33}{9.03} = 220.3V$$

مثال (٨):

ماهي استطاعة الخرج بالحصان البخاري لمحرك كهربائي مردوده (٨٠%) وتيار الدخل له (٨) امبير ، والجهد المطبق عليه ١٢٠ فولط .

الحل :

استطاعة الدخل :

$$P_{input} = V * I$$

$$P_{input} = 120 * 8 = 960W$$

$$\eta = \frac{P_{output}}{P_{input}} \Longrightarrow P_{output} = \eta * P_{input}$$

$$P_{output} = 0.8 * 960 = 768W$$

$$P_{output} = \frac{768}{746} = 1.02 h.p$$

مثال (٩) :

تبلغ الاستطاعة على محور محرك كهربائي (استطاعة الخرج) 2.5 h.p ومردوده (85%) . فاذا شغل هذا المحرك بجهد قدره ٢٤٠ فولط ، احسب التيار المسحوب من قبل هذا المحرك .

الحل :

بالاستفادة من المردود واستطاعة الخرج (بعد تحويلها من الحصان البخاري الى الواط) نحسب استطاعة الدخل بالعلاقة التالية :

$$P_{output} = 2.5 * 746 = 1865W$$

$$P_{input} = \frac{P_{output}}{\eta} = \frac{1865}{0.85} = 2149W$$

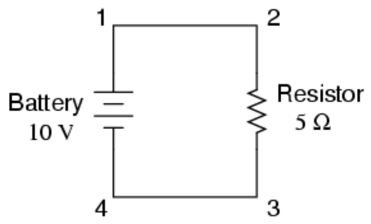
$$I = \frac{P_{input}}{V} = \frac{2149}{240} = 9.14A$$

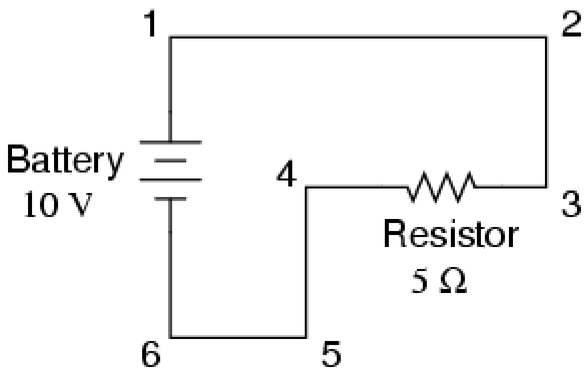
دارات التيار المستمر البسيطة (تسلسلية – تفرعية – مختلطة)

الدارات التسلسلية :

- تيار واحد في كافة اجزاء الدارة :

يسري نفس التيار الكهربائي في جميع اجزاء الدارة التسلسلية ولا تختلف قيمة التيار ولا اتجاه التيار باختلاف طريقة وصل المقاومة بشرط ان تبقى الدارة تسلسلية وتبقى قيمة المقاومات في الدارات متساوية وكذلك قيمة الجهود كما في الشكل (١) .

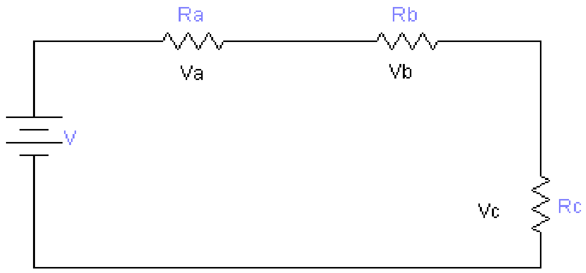




الشكل (١)

- هبوط الجهد على المقاومات في الدارة التسلسلية :

يتوزع هبوط الجهد على المقاومات حسب قيم تلك المقاومات ، وفقا لقانون اوم ، أي ان الجهد الكلي المطبق على الدارة يساوي الى مجموع هبوطات الجهد عبر المقاومات الموصولة على التسلسل في الدارة كما في الشكل (٢) .



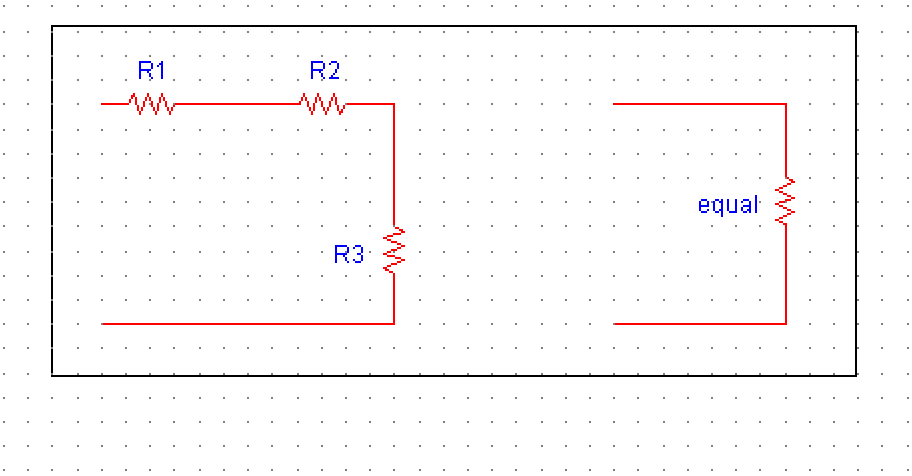
الشكل (٢)

من الشكل نستطيع ان نكتب ما يلي :

$$V = V_a + V_b + V_c$$

- المقاومة المكافئة في الدارة التسلسلية :

في الدارة التسلسلية تكون المقاومة المكافئة للدارة مساوية الى مجموع المقاومات فيها كما في الشكل (٣) .



الشكل (٣)

$$R_{equal} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots\ldots$$

و اذا كانت المقاومات متساوية فان المقاومة المكافئة لها هي :

$$R_{equal} = n * R$$

حيث :

R_{equal} : المقاومة الكلية للدارة .

n : عدد المقاومات .

- الاستطاعة الكلية (القدرة) تساوي مجموع الاستطاعات(القدرات) في كل مقاومة:

تعطى قيمة الاستطاعة المبددة في مقاومة R بالعلاقة $P=I^2R$. و عندما يمر نفس التيار في مجموعة من المقاومات فان الاستطاعة المبددة في كل منها تتناسب مع مقاومتها . وبما ان القدرة المبددة في المقاومة تتناسب مع الزمن ايضا $W=P.t$ وبناء على ذلك يمكن صياغة مبدأ توازن الاستطاعة في الدارة كما يلي :

$$P_T=P_1+P_2+P_3 \ldots$$
$$W_T=W_1+W_2+W_3 \ldots$$

$$\sum P_s = \sum P_R$$

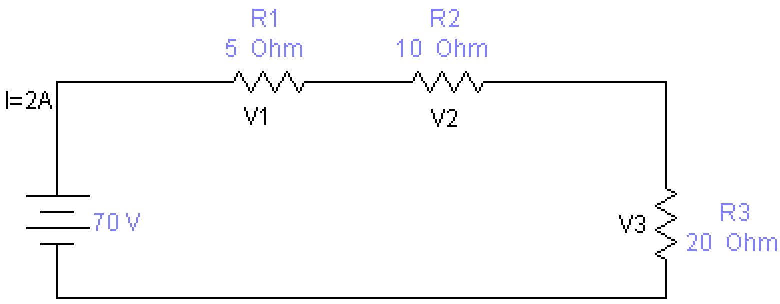
$$\sum W_s = \sum W_R$$

مثال (١):

للدارة المبينة في الشكل (٤) اذا كان

$I= 2\ A,\ R_1= 5\ \Omega\ ,R_2 =10\ \Omega\ \ ,R_3 = 20\ \Omega$

يطلب حساب هبوط الجهد $V_1,V_2,V_3,$ على R_1,R_2,R_3 .



الشكل (٤)

الحل :

$$V_1=I.R_1=2\ .\ \ 5=10\ V$$
$$V_2=I.R_2=2\ \ .10=20\ V$$
$$V_3=I.R_3=2\ \ .20=40\ V$$

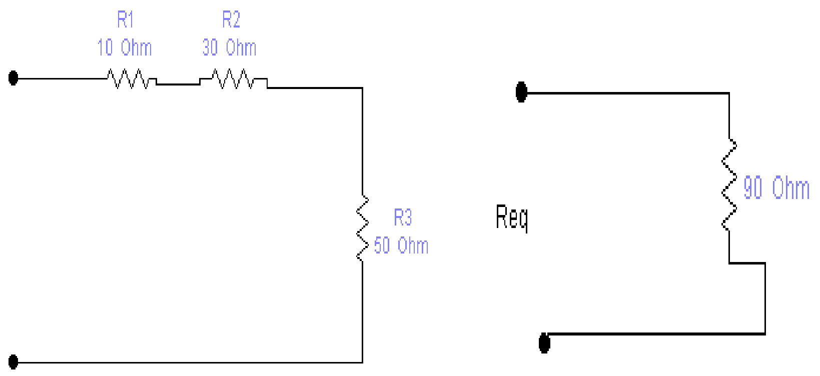
من هذا المثال نلاحظ ان هبوط الجهد في الدارات التسلسلية يتناسب طردا مع المقاومة . فالمقاومة R_2 تساوي ضعف المقاومة R_1 ومن الحساب نجد ان

$$V_2=2V_1$$

مثال (٢):

احسب قيمة المقاومة المكافئة لمجموعة المقاومات المربوطة على التسلسل المبينة في الشكل (٥) . اذا علمت ان

$R_1=10\Omega\ \ ,R_2 = 30\ \Omega\ ,\ R_3= 50\ \Omega$



الشكل (٥)

الحل :

$$R_{eq}=R_1 + R_2 + R_3$$
$$R_{eq}= 10+ 30 + 50 = 90\ \Omega$$

مثال (٣) :

اربع مقاومات موصولة على التسلسل ربطت مباشرة الى منبع للقوة المحركة الكهربائية E . فاذا كان $R_2= 5K\Omega, R_3= 2.5K\Omega ,R_1= 1K\Omega$ ، $R_4= 500\Omega$ والجهد على المقاومة R_2 يساوي 10 V، والمطلوب حساب هبوط الجهد على كل مقاومة وكذلك هبوط الجهد الكلي على مجموع المقاومات واحسب هبوط الجهد على المقاومة المكافئة .

الحل :

$$I = \frac{V}{R} = \frac{10}{5000} = 2mA$$

وبما ان الدارة تسلسلية لذلك يكون التيار المار في الدارة متساو في جميع اجزاء الدارة .

هبوط الجهد على R_1 تعطى بالعلاقة التالية :

$$V_1 = R_1 * I = 0.002*1000 = 2V$$

هبوط الجهد على R_3 تعطى بالعلاقة التالية :

$$V_3 = R_3 * I = 0.002*2500 = 5V$$

هبوط الجهد على R_4 تعطى بالعلاقة التالية :

$$V_4 = R_4 * I = 0.002 * 500 = 1V$$

هبوط الجهد على جميع المقاوات يساوي مجموع هبوطات الجهد على كل مقاومة

$$V_{TOT}=V_1+V_2+V_3+V_{\text{٤}}= 2+10+5+1=18\ V$$

المقاومة المكافئة في الدارة التسلسلية تساوي مجموع المقاومات .

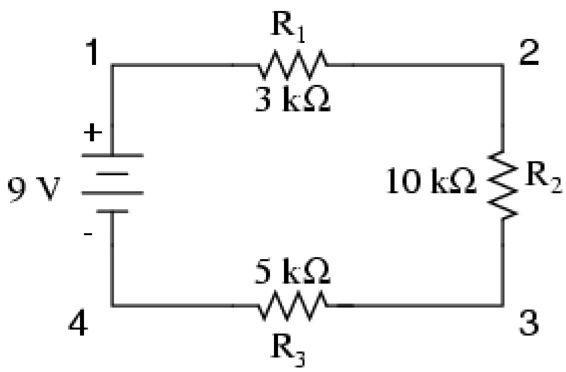
$$R_{TOT}= R_1+R_2+R_3+R_4= 1+5+2.5+0.5= 9K\Omega$$

هبوط الجهد على المقاومة المكافئة يساوي :

$$V_{TOT}= I*R_{TOT}=0.002*9000=18\ V$$

مثال (٤):

دارة مؤلفة من ثلاث مقاومات ومنبع للجهد موصولة على التسلسل كما في الشكل (٦) احسب المقاومة المكافئة والتيار المار في المقاومات وهبوط الجهد على كل مقاومة وهبوط الجهد الكلي على جميع المقاومات وتحقق من توازن الاستطاعة في الدارة .



الشكل (٦)

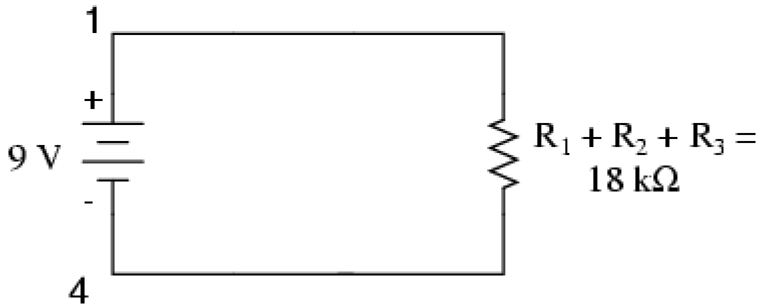
المقاومة المكافئة للدارة.

$$R_{total} = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R_{total} = 3\ k\Omega + 10\ k\Omega + 5\ k\Omega$$

$$R_{total} = 18\ k\Omega$$

الشكل التالي يكافئ الشكل السابق بعد تعويض المقاومات بالمقاومة المكافئة :



وبتطبيق قانون اوم نحصل على التيار المار في الدارة التسلسلية .

$$I_{total} = \frac{E_{total}}{R_{total}}$$

$$I_{total} = \frac{9 \text{ volts}}{18 \text{ k}\Omega} = 500 \ \mu A$$

هبوطات الجهد على كل مقاومة بتطبيق قانون اوم نحصل على ما يلي :

$E_{R1} = I_{R1} R_1$ $\qquad E_{R2} = I_{R2} R_2$ $\qquad E_{R3} = I_{R3} R_3$

$$E_{R1} = (500 \ \mu A)(3 \text{ k}\Omega) = 1.5 \text{ V}$$

$$E_{R2} = (500 \ \mu A)(10 \text{ k}\Omega) = 5 \text{ V}$$

$$E_{R3} = (500 \ \mu A)(5 \text{ k}\Omega) = 2.5 \text{ V}$$

هبوط الجهد الكلي على جميع المقاومات .

$$E_{total}=E_{R1}+E_{R2}+E_{R3}$$

$$E_{total}= 1.5+5+2.5= 9 \text{ V}$$

مثال (٥):

للدارة المبينة في الشكل (٧) ، اذا كانت الاستطاعة المبددة في المقاومة R_1 تساوي $P_1=125$ W يطلب حساب ما يلي :

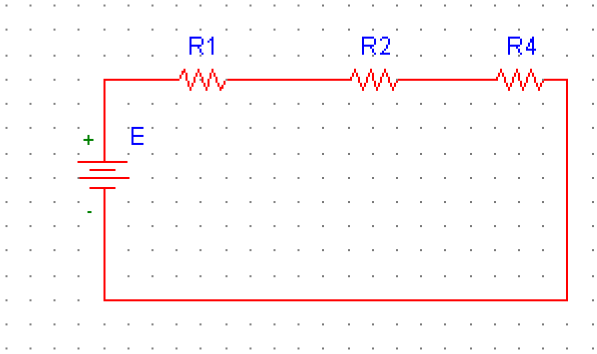
١. هبوط التوتر على كل من $R_1,R2_2,R_3$.

٢. الاستطاعة المبددة في كل من R_3,R_2 .

٣. حساب التوتر الكلي E.

٤. حساب الاستطاعة الكلية المزودة من المدخرة الى الدارة .

علما ان : $R_1=5\Omega$ ، $R_2=10\Omega$ ، $R_3= 30\ \Omega$.



الشكل (٧)

الحل :

١- $P_1 = I^2 R_1 \Rightarrow I = \sqrt{\frac{P_1}{R_1}} = \sqrt{\frac{125}{5}} = 5A$

وبما ان الدارة تسلسلية تكون التيارات في المقاومات متساوية

$V_1=I*R_1= 5*5=25\ V$

$V_2=I*R_2= 5*10=50\ V$

$V_3=I*R_3= 5*30=150V$

٢- $P_2=I^2*R_2=5^2*10= 250\ W$

$P_3=I^2*R_3=5^2*30= 750\ W$

٣- التوتر الكلي في الدارة يساوي مجموع هبوطات التوتر على المقاومات في الدارة التسلسلية .

$E=V_1+V_2+V_3=25+50+150= 225\ V$

٤- الاستطاعة في الدارة التسلسلية تساوي مجموع الاستطاعات في مقاومات الموجودة في الدارة .

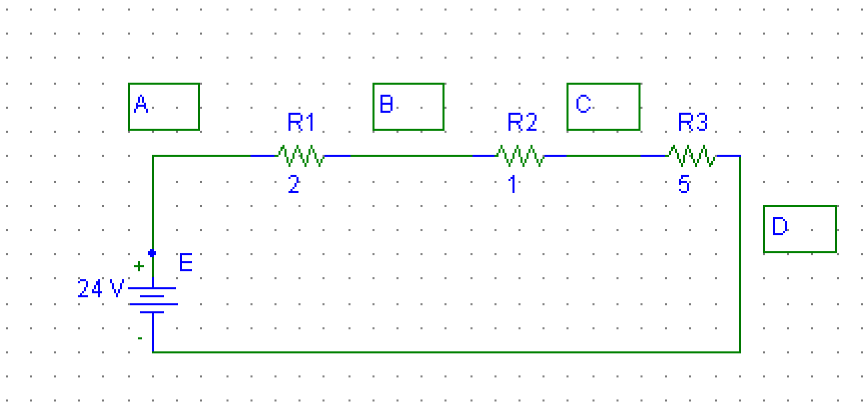
$P_T= P_1+P_2+P_3= 125+250+750=1125\ W$

او بالعلاقة التالية :

$P=E*I= 225*5= 1125\ W$

مثال (٦):

للدارة المبينة في الشكل (٨) يطلب حساب كمون (الجهد) النقاط A,B,D وذلك بالنسبة للنقطة C .



الحل :

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{24}{8} = 3A$$

$V_1 = I*R_1 = 3*2 = 6\ V$
$V_2 = I*R_2 = 3*1 = 3\ V$
$V_3 = I*R_3 = 3*5 = 15\ V$

$V_{DC} = V_D - V_C = -V_3 = -15\ V$
$V_{BC} = V_B - V_C = V_2 = 3\ V$
$V_{AC} = V_{AB} + V_{BC} = V_1 + V_2 = 6+3 = 9\ V$

مثال (٧) :

القوة الدافعة الكهربائية لمدخرة سيارة $E=13.2\ V$ ، ومقاومتها الداخلية $R_i = 0.01\Omega$ ، والمطلوب حساب الجهد على اقطاب المحرك اذا كان تيار الحمل للمحرك $300\ A$.

الحل :

هبوط التوتر على المقاومة الداخلية مساويا الى

$V_i = R_i*I = 0.01*300 = 3\ V$
$V_L = E - V_i = 13.2 - 3 = 10.2\ V$

مثال (٨) :

مدخرة قوتها الدافعة الكهربائية $E= 10\ V$ ومقاومتها الداخلية $R_i = 1\Omega$ وصلت هذه المدخرة الى حمل مقاومته $R_L= 100\ \Omega$ والمطلوب :

١- حساب قيمة V_L على افتراض ان مقاومة الاسلاك التي تصل الحمل بالمدخرة تساوي الصفر .

٢- حساب V_L بافتراض ان قيمة كل من السلكين الذين يوصلان الحمل بالمدخرة تساوي $9.5\ \Omega$.

الحل :

١- المقاومة المكافئة تساوي :

$R_T = R_i + R_L = 1+100 = 101\ \Omega$

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{10}{101} = 0.1A$$

هبوط الجهد على المقاومة الداخلية :

$V_i = I*R_i = 0.1 * 1= 0.1$ V

$V_L = E - V_i = 10 - 0.1 = 9.9$ V

٢-

$R_T = R_i + R_{C1}+R_{C2} + R_L=1+9.5+9.5+100=120\ \Omega$

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{10}{120} = 0.0833A$$

$V_L = E -(V_i + V_{C1}+ V_{C2})$

$V_L = E- I(R_i + R_{C1} + R_{C2})$

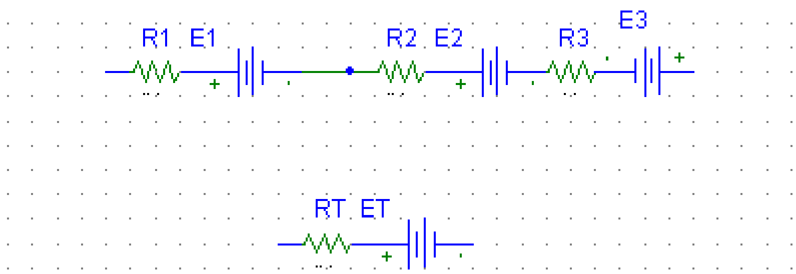
$V_L = 10 - 0.0833 (1+ 9.5+ 9.5) = 8.33$ V

ويمكن حساب الجهد على مرابط الحمل كما يلي :

$V_L = I*R_L = 0.0833* 100= 8.33$ V

- **منابع الجهد على التسلسل :**

عند ربط مجموعة من المنابع الكهربائية مع بعضها على التسلسل كما في الشكل ، فان القوة الدافعة الكهربائية للمنبع المكافئ لهذه المجموعة تساوي للمجموع الجبري للقوى الدافعة الكهربائية للمجموعة . اما مقاومة المنبع الداخلية المكافئة فتساوي مجموع المقاومات الداخلية لمنابع المجموعة .



فحسب الشكل يكون :

$R_T = R_1+R_2+R_3$

$E_T = E_1 +E_2 -E_3$

مثال (٩) :

مدخرة كهربائية مؤلفة من ١٢ خلية جهد كل خلية 2.2 V مقاومتها الداخلية لكل مدخرة $r = 1.2\Omega$ اوجد المقاومة الداخلية المكافئة للمدخرة وكذلك الجهد المكافئ للمدخرة اذا تم ربط المدخرة الى حمل مقاومته $100\ \Omega$ اوجد التيار المار في المقاومة والجهد على مرابط المدخرة .

الحل :

المقاومة المكافئة للمدخرة:

$$R_{eq} = 1.2*12 = 14.4\ \Omega$$

الجهد المكافئ للمخرة :

$$E_{eq} = 12*E = 12*2.2 = 26.4\ \ V$$

المقاومة المكافئة للدارة التسلسلية :

$$R_T = R_{eq} + R = 14.4 + 100 = 114.4\ \Omega$$

التيار المار في المقاومة :

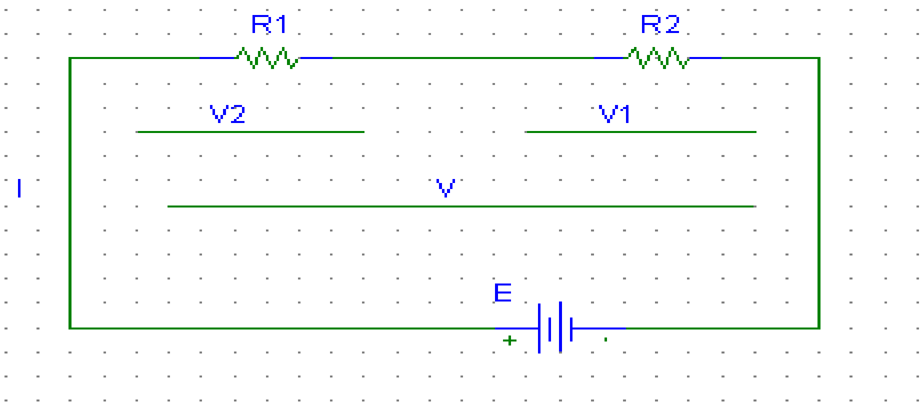
$$I = \frac{E_{eq}}{R_T} = \frac{26.4}{114.4} = 0.23A$$

التوتر على مرابط المدخرة تعطى بالعلاقة التالية :

$$V = I * R = 0.23*100 = 23V$$

مقسم الجهد

الدارة المبينة في الشكل (١) تتألف من مقاومتين R_1 و R_2 على التسلسل موصلتين الى منبع الجهد .



الشكل (١)

فحسب هذا الشكل نكتب

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{V}{R_1 + R_2}$$

$$V_1 = I * R_1 = V \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

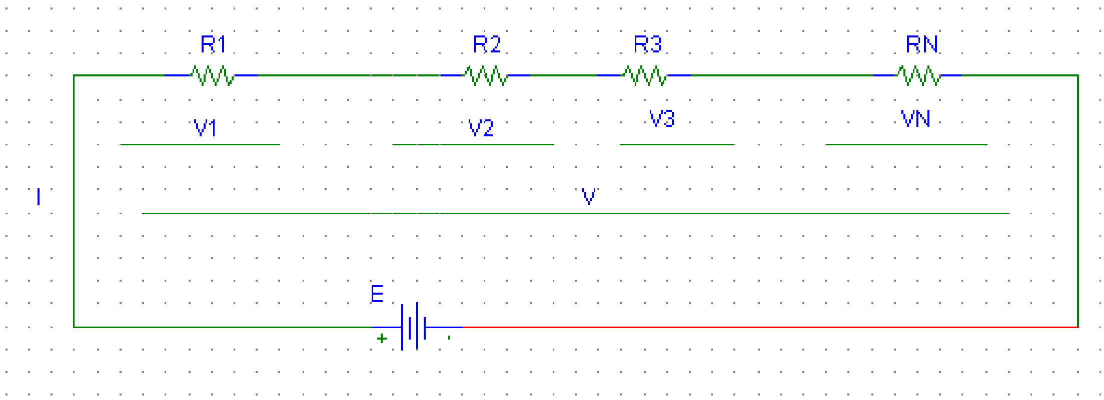
الجهد على المقاومة الثانية تعطى بالعلاقة التالية:

$$V_2 = I * R_2 = V \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

فالدارة المبينة في الشكل السابق قسمت الجهد V الى V_1 و V_2 لذلك تسمى بمقسم الجهد و العلاقتين السابقتين تسميان بقاعدة مقسم الجهد .

الحالة السابقة يمكن تعميمها على دارة تحتوي N مقاومة على التسلسل موصولة الى منبع الجهد الشكل (٢) في هذه الحالة تعطى قيمة هبوط الجهد V_K على المقاومة R_K بالعلاقة التالية :

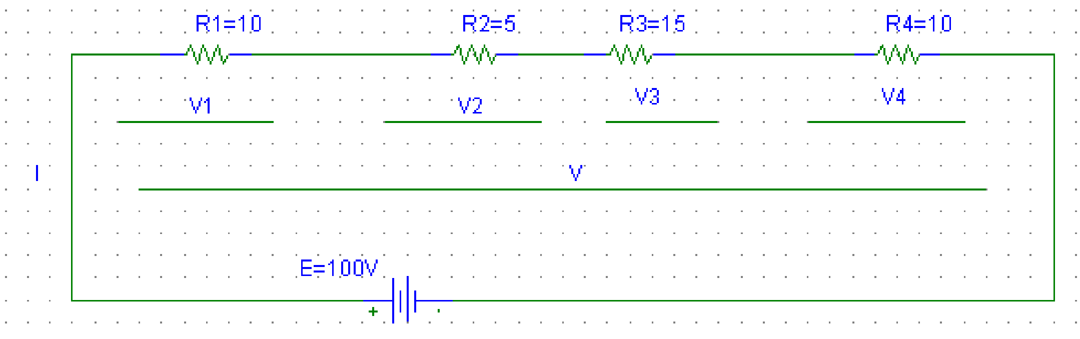
$$V_K = V \frac{R_K}{\sum_{i=1}^{N} R_i}$$



الشكل (٢)

مثال (١) :

للدارة المبينة في الشكل (٣) يطلب حساب V_1 و V_2 و V_3 و V_4 و V باستخدام قاعدة مقسم الجهد .



الشكل (٣)

الحل :

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$

$$R_T = 10 + 5 + 15 + 10 = 40\Omega$$

حسب قاعدة مقسم الجهد :

$$V1 = E * \frac{R_1}{R_T} = 100 * \frac{10}{40} = 25V$$

$$V2 = E * \frac{R_2}{R_T} = 100 * \frac{5}{40} = 12.5V$$

$$V3 = E * \frac{R_3}{R_T} = 100 * \frac{15}{40} = 37.5V$$

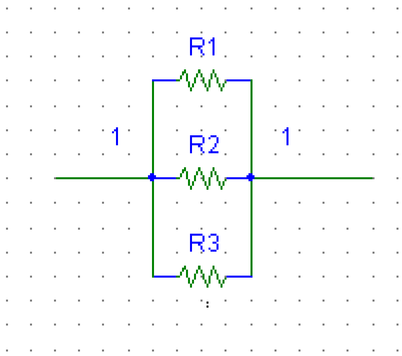
$$V4 = E * \frac{R_4}{R_T} = 100 * \frac{10}{40} = 25V$$

$$V = E * \frac{R_T}{R_T} = 100 * \frac{40}{40} = 100V$$

الدارات التفرعية

- **مفهوم الدارة التفرعية :**

نقول عن دارة انها تفرعية عندما تربط كل عناصرها الى نقطتين مشتركتين، الشكل (١) يبين ثلاث مقاومات R_1, R_2, R_3 بين النقطتين ١، ٢ .

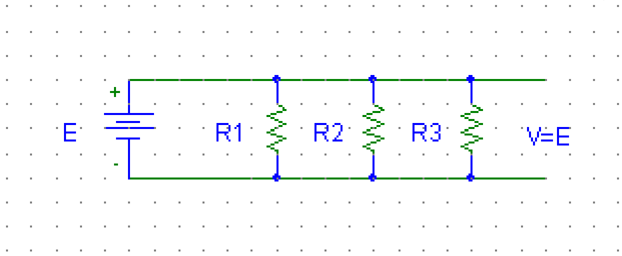


الشكل (١)

- ## المواصفات الرئيسية للدارات التفرعية :

١ـ نفس الجهد المطبق على كل عناصر الدارة :

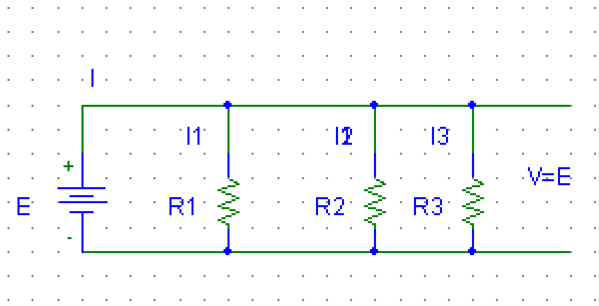
الشكل (٢) ، يبين ثلاث مقاومات مربوطة على التفرع (التوازي) . من هذا الشكل يمكن ان نلاحظ وبسهولة ان التوتر على المقاومات الثلاث هو نفسه ويساوي E عند اهمال المقاومة الداخلية للبطارية (منبع الجهد) .



الشكل (٢)

٢ـ لكل عنصر تيار خاص به :

لكل فرع في الدارات التفرعية تيار خاص كما هو مبين في الشكل(٣) فحسب هذا الشكل يمكن ان نكتب ما يلي :



الشكل (٣)

$$I_1 = \frac{V}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{V}{R_3}$$

مثال (١):

للدارة المبينة في الشكل (٣) اذا كان $R_1=1\Omega$,$R_2=6\Omega$, $R_3=3\Omega$ ، $E=12V$ يطلب حساب التيارات المارة في كل من المقاومات الثلاث .

الحل :

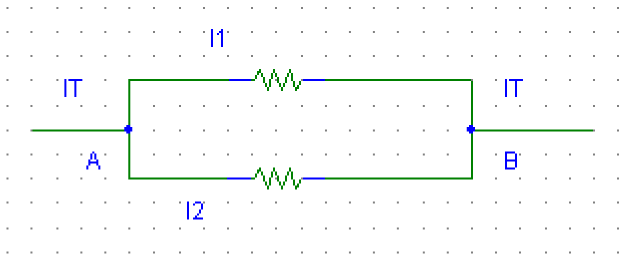
$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{12}{1} = 12A$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{12}{6} = 2A$$

$$I_3 = \frac{V}{R_3} = \frac{12}{3} = 4A$$

٣- التيار الكلي يساوي مجموع التيارات الفرعية :

ان التيار الذي يدخل الى الشبكة في النقطة A يساوي التيار الذي يغادر الشبكة في النقطة B فلا يمكن ان يكون التيار الداخل اكبر من التيار الخارج او بالعكس .



الشكل (٤)

فعندما تتألف الشبكة من مقاومتين على التفرع الشكل(٤) فان التيار I_T سوف ينقسم الى I_1 و I_2 ومن ثم يجتمعان مع بعضهما في النقطة B ليشكلا التيار الكلي I_T حيث .

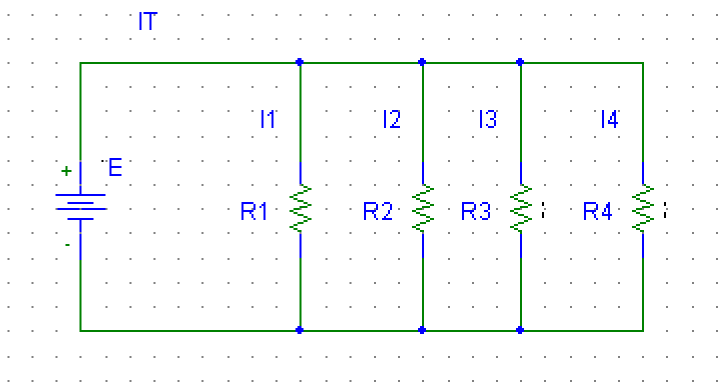
$$I_T = I_1 + I_2$$

وفي الحالة العامة يمكن ان نكتب :

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_n$$

مثال (٢) :

للدارة المبينة في الشكل (٥) يطلب حساب التيار الكلي I_T اذا كان $R_1 = 10\Omega$ ، $R_2 = 20\Omega, R_3 = 25\Omega, R_4 = 50\Omega$ و $I_3 = 4A$.



الشكل (٥)

الحل :

ان التوتر المطبق على كل من المقاومات الاربع هو E ويمكن حسابه حسب قانون اوم من العلاقة التالية :

$$E= I_3*R_3= 4*25= 100\ V$$

وبناء على قيمة التوتر E نحسب التيارات في الفروع .

$$I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{100}{10} = 10A$$

$$I_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{100}{20} = 5A$$

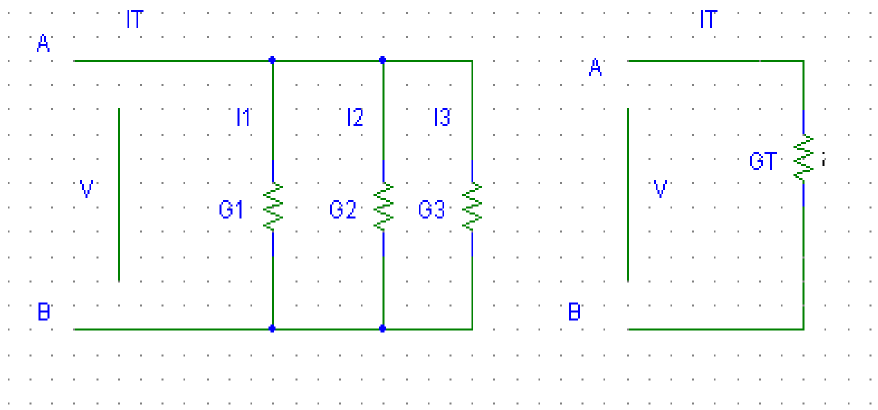
$$I_4 = \frac{E}{R_4} = \frac{100}{50} = 2A$$

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

$$I_T = 10 + 5 + 4 + 2 = 21\ A$$

٤ ـ الناقلية الكلية تساوي مجموع الناقليات الفرعية :

تكون الدارة المبينة في الشكل (6-A) مكافئة لتلك في الشكل (6-B) اذا كان التيار I_T هو نفسه في الدارتين عند تطبيق نفس التوتر V .



الشكل (6-A)　　　　　　　　　　الشكل (6-B)

كما هو معلوم الناقلية تساوي مقلوب المقاومة . $G=1/R$ وقانون اوم بدلالة الناقلية يكتب بالشكل التالي :

$$I=V/R= V*G$$

بتطبيق قانون اوم وبالاستفادة من الشكل السابق نكتب ما يلي :

$$I_T = V*G_T$$
$$I_1= V*G_1$$
$$I_2= V*G_2$$
$$I_3= V*G_3$$

وبناء على الفقرة السابقة التيار الكلي يساوي مجموع التيارات الفرعية في الدارة التفرعية ، نكتب ما يلي :

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3$$

بالتعويض نحصل على ما يلي :

$$V*G_T = V*G_1 +V*G_2 + V*G_3$$
$$V*G_T = V * (G_1 + G_2 + G_3)$$

أي ان :

$$G_T = G_1 + G_2 + G_3$$

وفي الحالة العامة يمكن ان نكتب :

$$G_T = G_1 +G_2 +G_3 +...+G_n$$

٥- مقلوب المقاومة المكافئة يساوي مجموع مقلوب المقاومات في الفروع

بما ان الناقلية تساوي مقلوب المقاومة ، فالعلاقة الاخيرة يمكن ان تكتب على الشكل التالي :

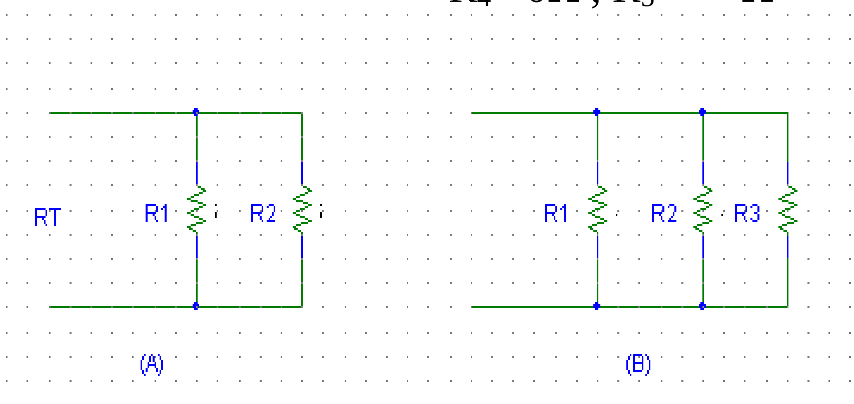
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

وقيمة المقاومة الكلية يمكن ان تحسب من العلاقة التالية :

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N}}$$

مثال (٣) :
احسب قيمة المقاومة المكافئة (الكلية)للدارات المبينة في الشكل (٧)علما ان :

$R_1= 4\Omega$,$R_2= 6\Omega$,$R_3=2.4\Omega$
$R_4= 0\Omega$, $R_5= \infty\ \Omega$



الحل :
من الشكل (A) نوجد المقاومة المكافئة للدارة .

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_T = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}$$

بالتعويض نحصل على :

$$R_T = \frac{4 * 6}{4 + 6} = 2.4\Omega$$

مما سبق يمكن ان نستنتج ان المقاومة المكافئة لمقاومتين على التفرع تساوي الى حاصل جداء المقاومتين على مجموعهما .

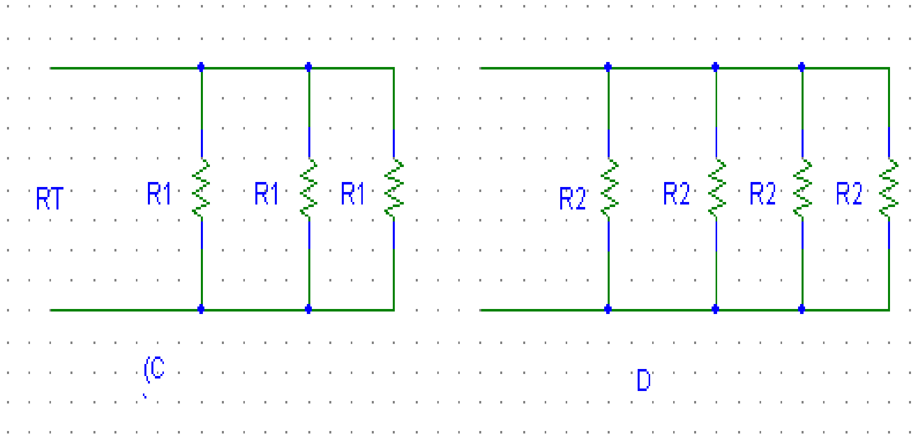
من الشكل (B) نجد المقاومة المكافئة .

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2.4}} = 1.2\Omega$$

مما سبق نلاحظ ان المقاومة المكافئة اصغر من اصغر مقاومة موجودة ضمن المقاومات الثلاث المربوطة على التفرع .



من الشكل (C) .

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_1}}$$

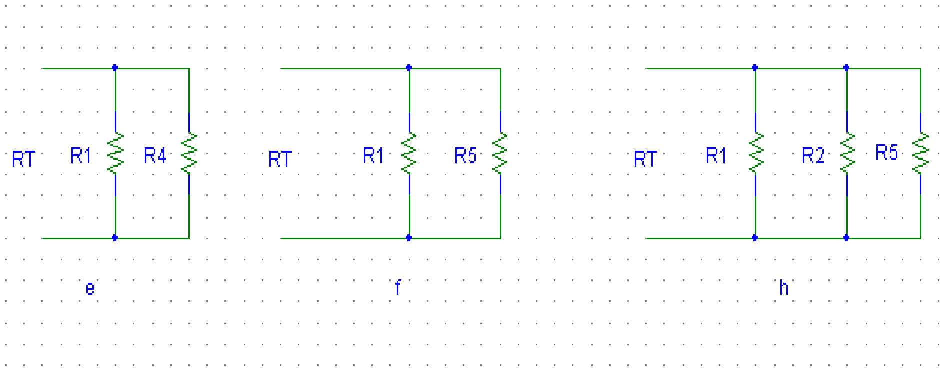
$$R_T = \frac{1}{\frac{3}{R_1}} = \frac{R_1}{3} = \frac{4}{3} = 1.33\Omega$$

من الشكل (D).

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2}}$$

$$R_T = \frac{1}{\frac{4}{R_2}} = \frac{R_2}{4} = \frac{6}{4} = 1.5\Omega$$

من D و C يمكن ان نستنتج ان المقاومة المكافئة ل N مقاومة متساوية مربوطة على التفرع تساوي الى مقاومة احداها مقسومة على العدد N .



من الشكل (e)

$$R_T = \frac{R_1 * R_4}{R_1 + R_4} = \frac{R_1 * 0}{R_1 + 0} = 0$$

أي ان المقاومة المكافئة لمقاومتين مربوطتين على التفرع وقيمة احداهما صفر ،تساوي الصفر ،تمثل هذه الحالة حالة مقاومة مقصورة ،

الشكل (f)

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_5} = \frac{1}{R_1} + 0 = \frac{1}{R_1}$$

$$R_T = R_1 = 4\Omega$$

الشكل (h)

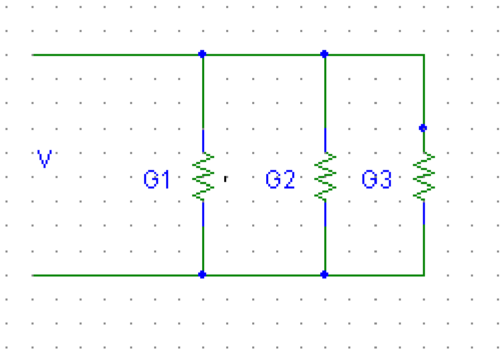
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} + 0 + \frac{1}{R_2}$$

$$R_T = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = \frac{4 * 6}{4 + 6} = 2.4\Omega$$

من (f) و (h) يمكن ان نستنتج ان الفرع الذي مقاومته لانهائية لايؤخذ بعين الاعتبار اثناء حساب المقاومة المكافئة .

- **الاستطاعة (القدرة) الكلية تساوي مجموع الاستطاعات (القدرات).**

مجموع الاستطاعات في المقاومات الموصولة على التفرع في الدارة يساوي الى الاستطاعة التي تعطيها المنبع كما في الشكل (٨) .



الشكل (٨)

الاستطاعة المبددة في المقاومة R عند الجهد V .

$$P = \frac{V^2}{R}$$

او بدلالة الناقلية :

$$P = V^2 * G$$

بالنسبة للدارة السابقة يمكن ان نكتب .

$$P_1=V^2*G_1$$
$$P_2 = V^2*G_2$$
$$P_3 = V^2*G_3$$
$$P_1+P_2+P_3= V^2(G_1+G_2+G_3)$$

وبما ان الناقلية المكافئة للمقاومات الموصولة على التفرع تساوي مجموع الناقليات لذا يمكن ان نكتب ما يلي :

$$P_1+P_2+P_3= V^2(G_T)$$

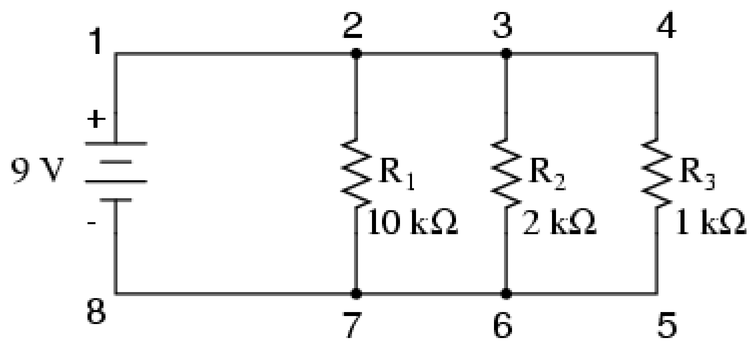
اذا

$$P_1+P_2+P_3=P_T$$

حيث P_T هي الاستطاعة التي تعطيها المنبع .

مثال (٤)

احسب التيارات في الفروع والتيار الكلي الصادر عن المنبع والمقاومة المكافئة للدارة المبينة على الشكل (٩) .



الشكل (٩)

الحل :

نرسم الجدول ونبين على هذا الجدول المعاليم ونحسب المجاهيل حسب العلاقات المناسبة .

	R_1	R_2	R_3	Total	
E	9	9	9	9	Volts
I					Amps
R	10k	2k	1k		Ohms

نحسب التيارات في الفروع حسب قانون اوم .

$$I_{R1} = \frac{E_{R1}}{R_1} \qquad I_{R2} = \frac{E_{R2}}{R_2} \qquad I_{R3} = \frac{E_{R3}}{R_3}$$

$$I_{R1} = \frac{9\ V}{10\ k\Omega} = 0.9\ mA$$

$$I_{R2} = \frac{9\ V}{2\ k\Omega} = 4.5\ mA$$

$$I_{R3} = \frac{9\ V}{1\ k\Omega} = 9\ mA$$

ونضع النتائج في الجدول المذكور.

	R_1	R_2	R_3	Total	
E	9	9	9	9	Volts
I	**0.9m**	**4.5m**	**9m**		Amps
R	10k	2k	1k		Ohms

Ohm's Law *Ohm's Law* *Ohm's Law*

التيار الكلي الصادر عن المنبع يساوي مجموع التيارات في الفروع كما هو واضح في الجدول .

	R_1	R_2	R_3	Total	
E	9	9	9	9	Volts
I	0.9m	4.5m	9m	**14.4m**	Amps
R	10k	2k	1k		Ohms

Rule of parallel circuits

$$I_{total} = I_1 + I_2 + I_3$$

المقاومة المكافئة تحسب بواسطة قانون اوم كما يلي .

	R_1	R_2	R_3	Total	
E	9	9	9	9	Volts
I	0.9m	4.5m	9m	14.4m	Amps
R	10k	2k	1k	**625**	Ohms

Ohm's Law

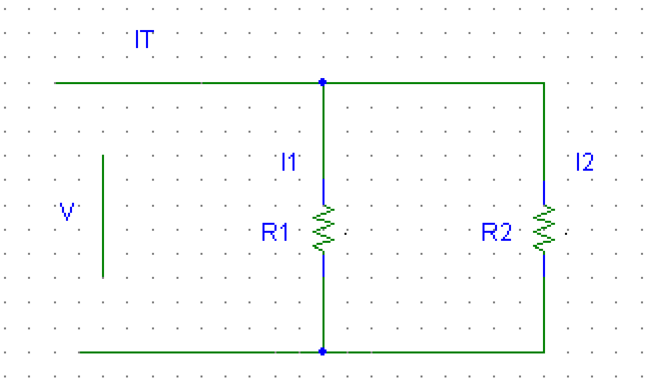
$$R_{total} = \frac{E_{total}}{I_{total}} = \frac{9\ \text{V}}{14.4\ \text{mA}} = 625\ \Omega$$

او بدلالة علاقة المقاومة المكافئة على التفرع .

$$R_{total} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

مقسم التيار :

عندما يدخل التيار I_T الدارة المبينة في الشكل (١) .



الشكل (١)

فانه سوف ينقسم الى التيارين I_1 و I_2 حيث :

$$V= I_1 * R_1$$
$$V= I_2 * R_2$$

$$V = I_T * R_T = I_T * \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}$$

من العلاقات الثلاث السابقة يمكن ان نكتب :

$$I_1 = I_T \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_2 = I_T \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

ويمكن ان نحسب هذه التيارات بدلالة الناقلية :

$$I_1 = I_T \frac{R_2}{R_1 + R_2} = I_T \frac{\frac{1}{G2}}{\frac{1}{G1} + \frac{1}{G2}}$$

$$I_1 = I_T \frac{\frac{1}{G2}}{\frac{1}{G1} + \frac{1}{G2}} = I_T \frac{G_1}{G_1 + G_2}$$

$$I_2 = I_T \frac{\frac{1}{G1}}{\frac{1}{G1} + \frac{1}{G2}} = I_T \frac{G2}{G_1 + G_2}$$

بشكل عام وعندما تحتوي الدارة التفرعية على N مقاومة R_1 ، R_2 ، R_N مربوطة على التفرع . يمكن ان نكتب العلاقات السابقة بشكل عام .

$$I_1 = I_T \frac{G_1}{G_T} = I_T \frac{G_1}{G_1 + G_2 + \ldots\ldots + G_N}$$

$$I_2 = I_T \frac{G_2}{G_T} = I_T \frac{G_2}{G_1 + G_2 + \ldots\ldots + G_N}$$

والتيار في الفرع K :

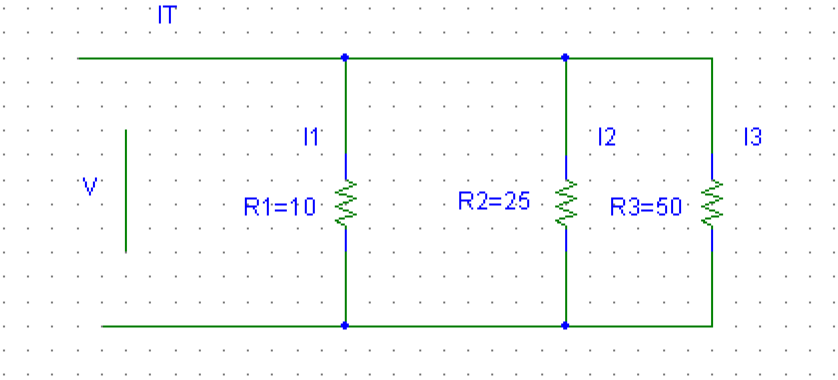
$$I_K = I_T \frac{G_K}{G_T} = I_T \frac{G_K}{\sum_{i=1}^{N} G_i}$$

مثال (١) :

ثلاث مقاومات موصولة على التفرع كما هو مبين في الشكل(٢)

فاذا كان التيار الكلي الذي يغذي المقاومات الثلاث $I_T = 4\ A$.

يطلب حساب التيار المار في كل مقاومة من المقاومات الثلاث .



الشكل (٢)

الحل :

باستخدام قاعدة مقسم التيار نكتب ما يلي :

$$I_1 = I_T \frac{G_1}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$I_1 = 4 * \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{25} + \frac{1}{50}} = 2.5A$$

$$I_2 = 4 * \frac{\frac{1}{25}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{25} + \frac{1}{50}} = 1A$$

$$I_3 = 4 * \frac{\frac{1}{50}}{\frac{1}{10} + \frac{1}{25} + \frac{1}{50}} = 0.5A$$

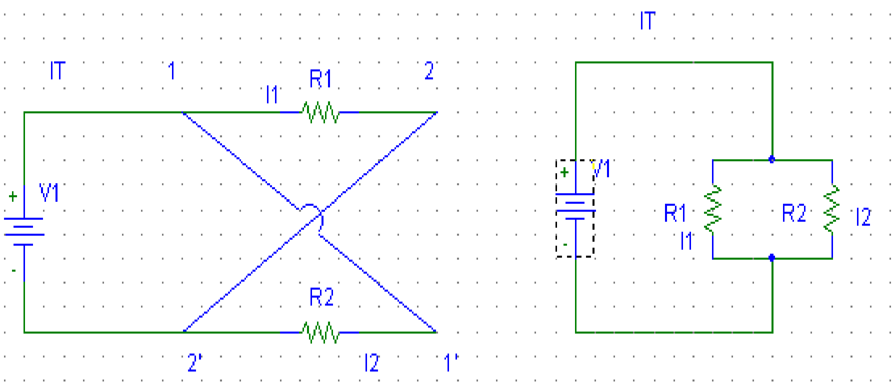
امثلة عامة :

مثال (١):

للدارة المبينة في الشكل (١) اذا كان لدينا القيم التالية :

يطلب ما يلي : $E=12\ V, R_2=6\Omega, R_1=4\Omega$

- حساب التيار المار في كل من R_1 و R_2 .
- حساب التيار الكلي I_T .
- حساب المقاومة المكافئة في الدارة .
- حساب الاستطاعة الكلية المقدمة من منبع التغذية .



A B

الشكل (١)

الحل :

من الشكل (1-A) نلاحظ ان النقطة 1 هي نفس نقطة 1' وكذلك الامر بالنسبة 2 و 2' وبالتالي يتحول الشكل الى شكل ابسط كما في الشكل (1-B) .

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{12}{4} = 3A$$

$$I_2 = \frac{V_1}{R_2} = \frac{12}{6} = 2A$$

التيار الكلي :

$$I_T = I_1 + I_2 = 3+2= 5\ A$$

المقاومة المكافئة :

$$R_T = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = 2.4\Omega$$

الاستطاعة التي تعطيها المنبع :

$$P_T = P_1 + P_2$$

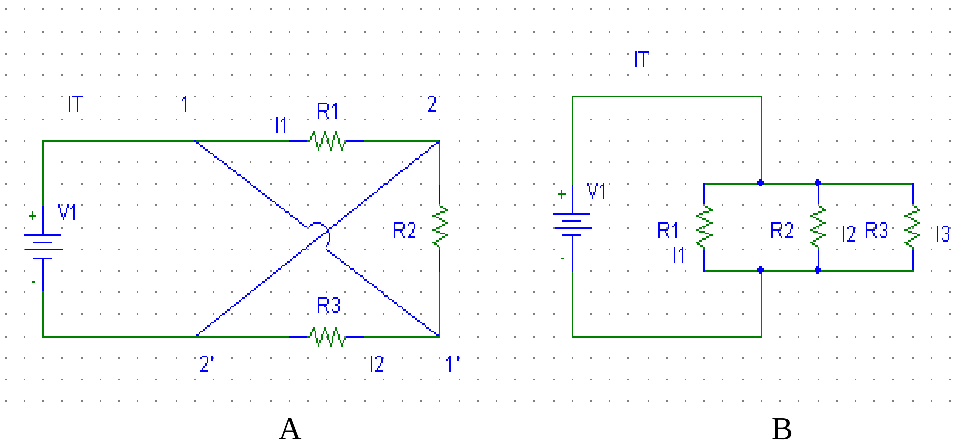
$$P_T = \frac{V_1^2}{R_1} + \frac{V_1^2}{R_2} = \frac{12^2}{4} + \frac{12^2}{6} = 36 + 24 = 60W$$

مثال (٢) .

للدارة المبينة في الشكل (٢) اذا كان .

$R_1=3\ \Omega$,$R_2 = 6\ \Omega$,$R_3 = 2\ \Omega$, $I_1= 4$ A يطلب حساب :

- القوة الدافعة الكهربائية (التوتر) لمنبع الجهد .
- المقاومة الكلية R_T و التيار الكلي (التيار الصادر من المنبع) .



الشكل (٢)

الحل :

بالاخذ بعين الاعتبار ان النقطة ١ هي نفس نقطة النقطة 1' وكذلك الامر بالنسبة النقطتين 2 و 2' وبناء على ذلك يتحول الشكل A الى الشكل البسيط B .

التوتر على طرفي المنبع :

$$V_1= I_1 * R_1 = 4*3 = 12\ V$$

المقاومة المكافئة :

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

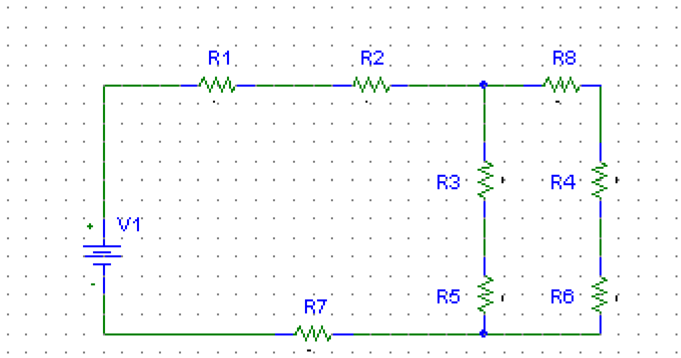
$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}} = 1\Omega$$

التيار الكلي :

$$I_T = \frac{V_1}{R_T} = \frac{12}{1} = 12A$$

الدارات المختلطة

تعريف الدارة المختلطة :
هي الدارة التي تحتوي على عناصر جزء منها موصولة على التسلسل والجزء الاخرى موصولة على التفرع كما في الشكل (١)

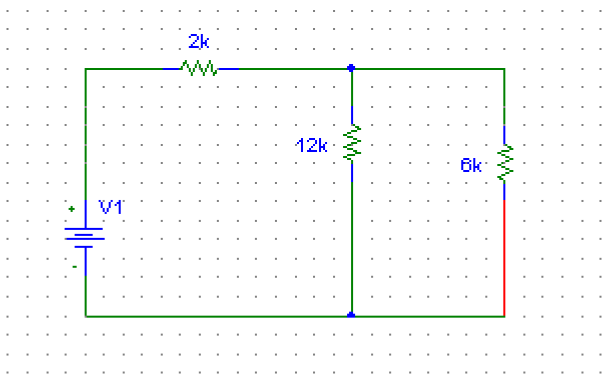


الشكل (١)

ويمكن تلخيص الخطوات والقوانين اللازمة لحساب الدارات الموصولة بشكل مختلط كما يلي :

- تطبيق قانون اوم .
- تطبيق قوانين الدارات التسلسلية .
- تطبيق قوانين الدارات التفرعية .

مثال (١)
احسب المقاومة المكافئة والتيار الصادر عن المنبع ذات الجهد 220V للدارة المبينة في الشكل (٢) .



الشكل (٢)

الحل :
لحساب المقاومة نلاحظ ان المقاومتين 6k و 12k موصولتين على التفرع بناء على ذلك نكتب مايلي :

$$R_1 = \frac{6*12}{6+12} = 4K\Omega$$

المقاومة R_1 موصولة على التسلسل مع المقاومة 2K وبناء على ذلك نكتب ما يلي :

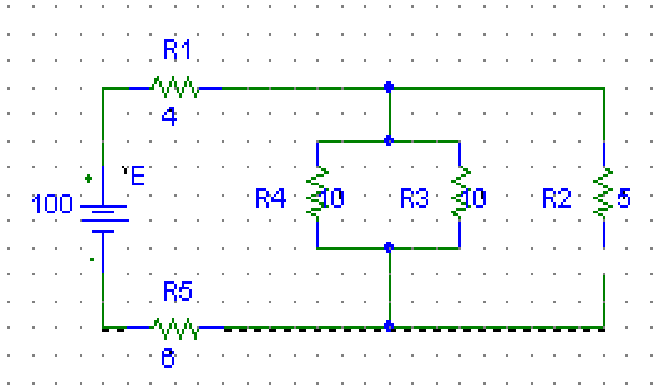
$$R_{eq} = 4+2 = 6K\Omega$$

التيار الصادر عن المنبع حسب قانون اوم .

$$I = \frac{220}{6000} = 0.0366A$$

مثال (٢) :

احسب المقاومة المكافئة والتيار الصادر عن المنبع ذات الجهد 100V للدارة المبينة في الشكل (٣) .



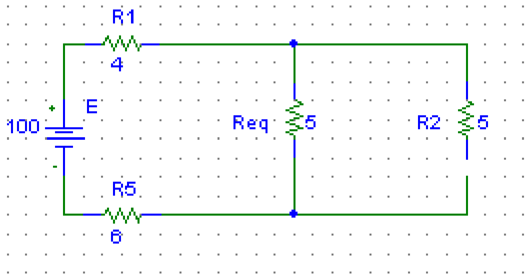
الشكل (٣)

الحل :

لحساب المقاومة المكافئة نطبق قوانين الدارات التسلسلية والتفرعية وبناء على ذلك نلاحظ ان المقاومتين R_3 و R_4 موصولتين على التفرع وبناء على ذلك نحسب ما يلي :

$$R_{eq1} = \frac{R_4 * R_3}{R_4 + R_3} = \frac{10*10}{10+10} = 5\Omega$$

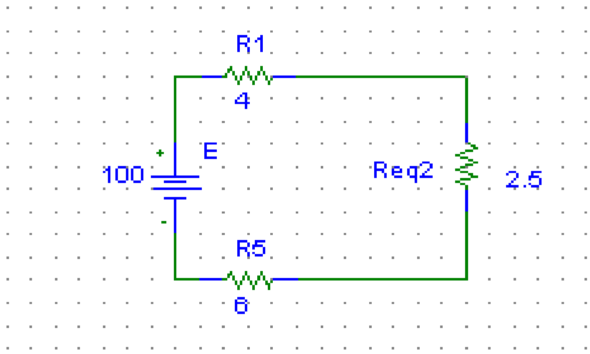
ويصبح الشكل كما يلي :



من الشكل نلاحظ ان المقاومتين R_2 و R_{eq} على التفرع نحسب المقاومة المكافئة لهما .

$$R_{eq2} = \frac{R_2 * R_{eq}}{R_2 + R_{eq}} = \frac{5*5}{5+5} = 2.5\Omega$$

ونحصل على الشكل التالي :



من الشكل نلاحظ ان المقاومات الثلاث موصولة على التسلسل وبالتالي تكون المقاومة المكافئة الكلية مساوية الى :

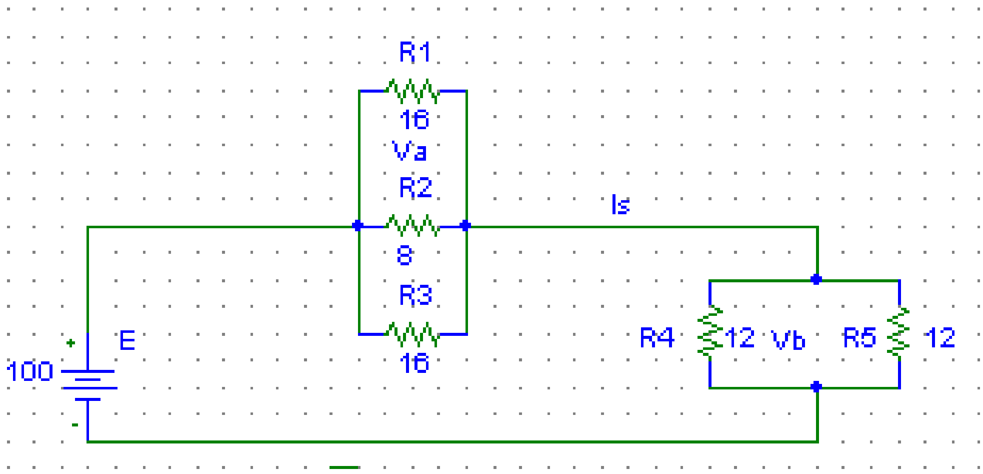
$$R_T = R_1 + R_5 + R_{eq2}$$
$$R_T = 4 + 6 + 2.5 = 12.5\Omega$$

التيار الصادر عن المنبع مساويا الى :

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{100}{12.5} = 8A$$

مثال (٣) :

اوجد التيار I_S في الدارة المبينة على الشكل (٤) اذا علمت ان التيار المار في المقاومة R_2 يساوي 5 A.



الشكل (٤) .

الحل :

لحساب التيار I_S لابد من حساب الجهد المطبق على المقاومتين R_4 و R_5 ، وبناء على ذلك نحسب هبوط الجهد على المقاومة R_2 .

$$V_2 = R_2 * I_2 = 8*5 = 40V$$

الجهد المطبق على المقاومتين المذكورتين حسب قوانين دارات التسلسل

$$E = V_a + V_b \Rightarrow V_b = E - V_a$$

$$V_b = 100 - 40 = 60V$$

المقاومة المكافئة للمقاومتين R_4 و R_5 هي :

$$R_{eq} = \frac{R_4 * R_5}{R_4 + R_5} = \frac{12*12}{12+12} = 6\Omega$$

ومنها التيار I_S يساوي :

$$I_S = \frac{V_b}{R_{eq}} = \frac{40}{6} = 6.66A$$.

مثال (٤):

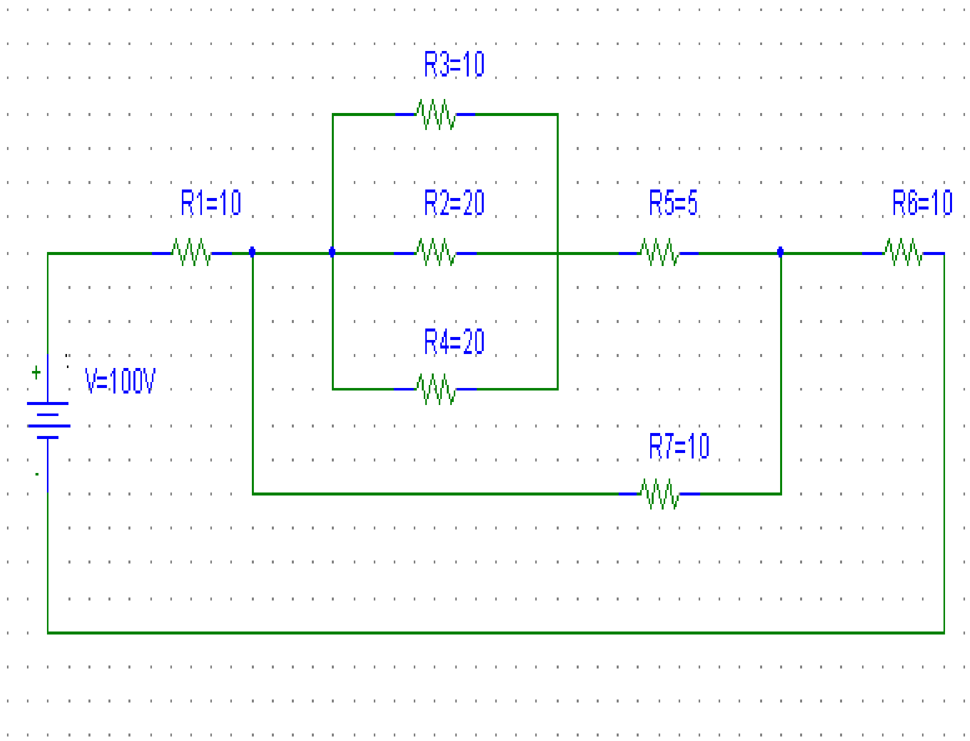
الدارة المبينة في الشكل (٥) يمثل دارة مختلطة القيم معطاة على الشكل

احسب ما يلي :

١- المقاومة المكافئة للدارة .

٢- التيار الكلي الصادر عن المنبع .

٣- التيار في مختلف الفروع .



الشكل (٥)

الحل :

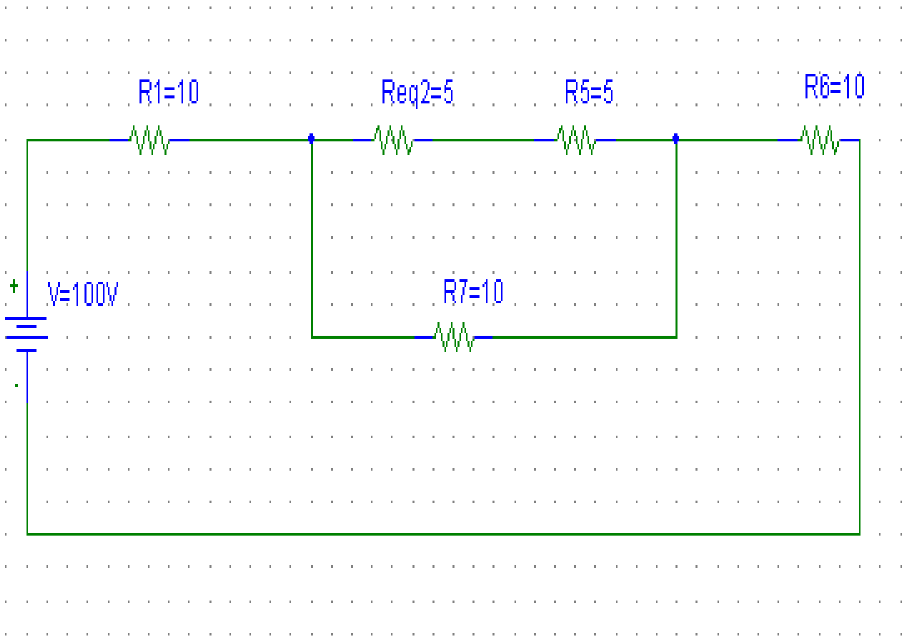
١- نلاحظ من الشكل المقاومتين R_2 و R_3 موصولتين على التفرع وبناء على ذلك تكون المقاومة المكافئة لهما هي :

$$R_{eq1} = \frac{R_4 * R_2}{R_4 + R_2} = \frac{20*20}{20+20} = 10\Omega$$

ومن الشكل ايضا نجد ان المقاومتين R_{eq1} و R_3 موصولتين على التفرع تكون المقاومة المكافئة لهما هي R_{eq2} :

$$R_{eq2} = \frac{R_3 * R_{eq1}}{R_3 + R_{eq1}} = \frac{10*10}{10+10} = 5\Omega$$

ويتحول الشكل السابق الى الدارة المكافئة الشكل (٦).



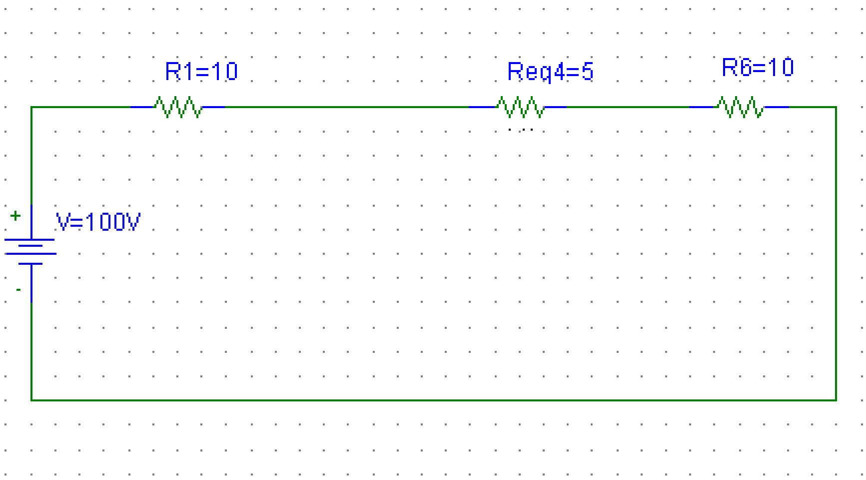
الشكل (٦)

من الشكل نلاحظ ان المقاومتين R_5 و R_{eq2} موصولتين على التسلسل المقاومة المكافئة لهما هي R_{eq3} .

$$R_{eq3} = R_5 + R_{eq2} = 5 + 5 = 10\Omega$$

المقاومة R_{eq3} و المقاومة R_7 موصولتين على التفرع نحسب المقاومة المكافئة لهما R_{eq3} ويتحول الشكل (٦) الى الشكل (٧) .

$$R_{eq4} = \frac{R_7 * R_{eq3}}{R_7 + R_{eq3}} = \frac{10*10}{10+10} = 5\Omega$$



الشكل (٧)

المقاومات في الشكل (٧) موصولة على التسلسل وبالتالي تكون المقاومة المكافئة R_{eq5} تعطى بالعلاقة التالية :

$$R_{eq5} = R_1 + R_{eq4} + R_6 = 10 + 5 + 10 = 25\Omega$$

٢- التيار الكلي الصادر عن المنبع حسب قانون اوم يعطى بالعلاقة التالية :

$$I_T = \frac{V}{R_{eq5}} = \frac{100}{25} = 4A$$

٣-التيار المار في المقاومتين R_6 و R_1 هو نفسه التيار الكلي :

$$I_6 = I_1 = I_T = 4\ A$$

نحسب التيار المار في R_7 بناء على قاعدة مقسم التيار وبالاستفادة من الشكل(٦) .

$$I_7 = I_T \frac{R_{eq2} + R_5}{R_7 + R_{eq2} + R_5} = 4 * \frac{10}{10+10} = 2A$$

وبما ان مجموع المقاومتين الموصولتين على التسلسل R_{eq2} و R_5 ١٠ اوم لذلك يكون التيار المار فيهما حسب قاعدة مقسم التيار هو نفسه التيار المار في المقاومة R_7 لان لهما نفس القيمة وبالتالي :

$$I_5 = I_{eq2} = I_7 = 2\ A$$

ولكن التيار I_{eq2} المار في المقاومة المكافئة R_{eq2} يتفرع الى الى تيارين احدهما I_3 يمر في المقاومة R_3 والثاني يمر في المقاومة المكافئة R_{eq1} ، وبناء على قاعدة مقسم التيار نحسب ما يلي :

$$I_3 = I_{eq2} \frac{R_{eq1}}{R_3 + R_{eq1}} = 2 * \frac{10}{10+10} = 1A$$

وبالتالي يكون التيار المار في المقاومة المكافئة R_{eq1} يساوي I_3 لان المقاومتين متساويتين أي ان .

$$I_{eq1} = I_3 = 1\ A$$

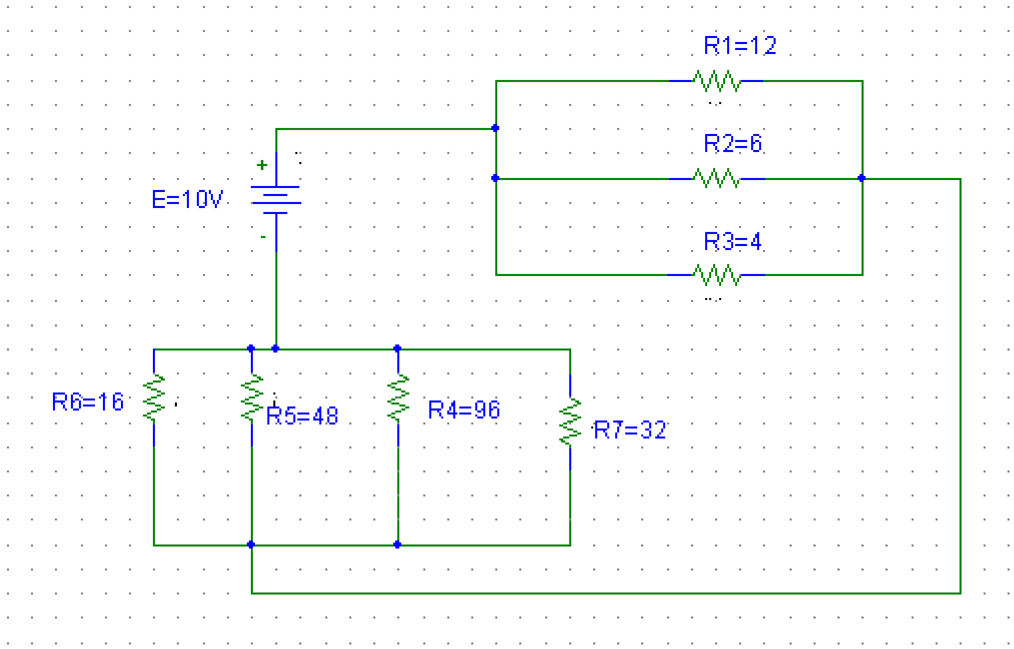
وبما ان المقاومتين R_2 و R_4 متساويتين يمر فيهما نفس التيار اذا ينقسم التيار I_{eq1} الى قسمين متساويين :

$$I_2 = I_4 = 0.5\ A$$

وهو المطلوب .

مثال (٥) :

احسب قيمة التيار في المقاومة R_3 المبينة في الشكل (٨) حيث القيم معطاة على الشكل .



الشكل (٨)

الحل :

المقاومة المكافئة ل R_1 ، R_2 ، R_3 المربوطة على التفرع .

$$R_{eq1} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

$$R_{eq1} = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4}} = 2\Omega$$

المقاومة المكافئة ل R_4 ، R_5 ، R_6 ، R_7 ، المربوطة على التفرع ايضا .

$$R_{eq2} = \frac{1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7}}$$

$$R_{eq2} = \frac{1}{\frac{1}{96} + \frac{1}{48} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}} = 8\Omega$$

حسب قاعدة موزع الجهد نكتب مايلي :

$$V_1 = E\frac{R_{eq1}}{R_{eq1} + R_{eq2}}$$

$$V_1 = 10\frac{2}{2+8} = 2V$$

التيار المار في المقاومة R_3 .

$$I_3 = \frac{V_1}{R_3} = \frac{2}{4} = 0.5A$$

يمكن حساب التيار المار في المقاومة R_3 بطريقة اخرى كما يلي :
نحسب التيار الكلي المار في الدارة .

$$I_T = \frac{E}{R_{eq1} + R_{eq2}} = \frac{10}{2+8} = 1A$$

وحسب قاعدة موزع التيار نكتب :

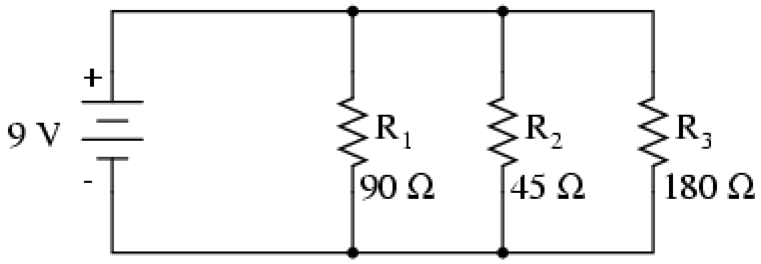
$$I_3 = I_T \frac{G_3}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$I_3 = 1 \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4}} = 0.5A$$

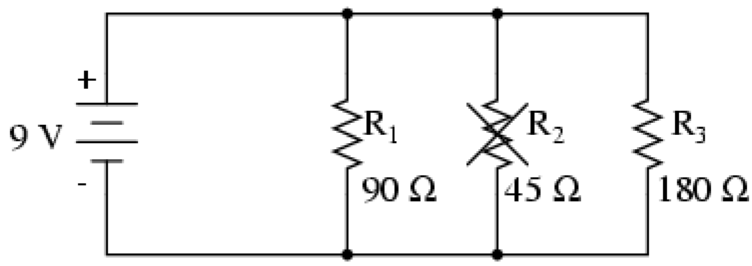
مثال (١)

اوجد التيار الكلي في الدارة التفرعية والتيارات المارة في المقاومات في الحالة الطبيعية وفي حالة حدوث الاعطال في الدارة .

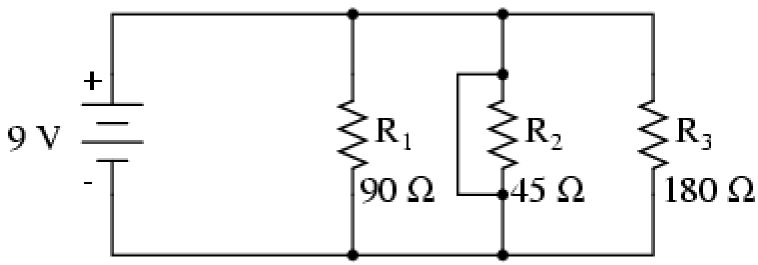
- في الحالة الطبيعية :



- فتح الدارة عند المقاومة R_2 .



- القصر على المقاومة R_2 .



R_2 "shorted" with a jumper wire

نستطيع ايجاد هبوط التوترات على المقاومات بدلالة قانون مقسم الجهد :

Voltage drop across *any* resistor $E_n = I_n R_n$

Current in a series circuit $I_{total} = \frac{E_{total}}{R_{total}}$

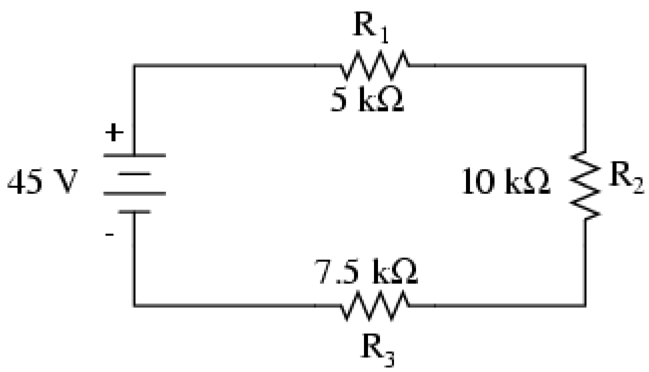
. . . *Substituting* $\frac{E_{total}}{R_{total}}$ *for* I_n *in the first equation* . . .

Voltage drop across any *series* resistor $E_n = \frac{E_{total}}{R_{total}} R_n$

. . . or . . .

$$\boxed{\mathbf{E}_n = \mathbf{E}_{\mathbf{total}} \frac{\mathbf{R}_n}{\mathbf{R}_{\mathbf{total}}}}$$

بالعودة الى الشكل السابق بالاستفادة من القوانين السابقة نحسب هبوطات التوتر على المقاومات :

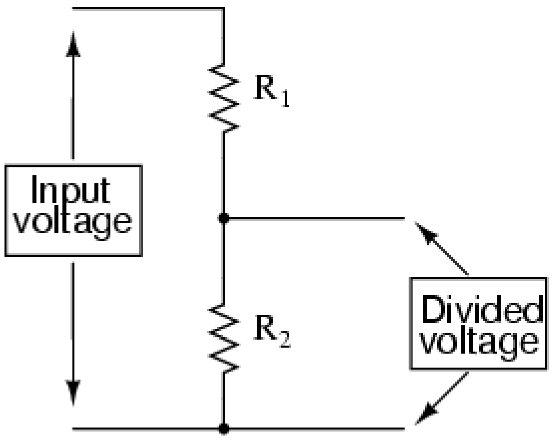


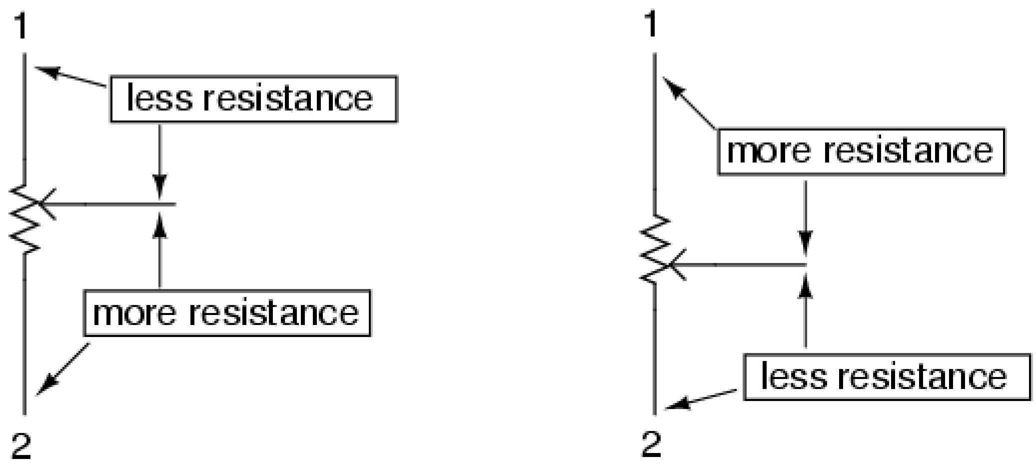
$$E_{R1} = 45\text{ V}\ \frac{5\text{ k}\Omega}{22.5\text{ k}\Omega} = 10\text{ V}$$

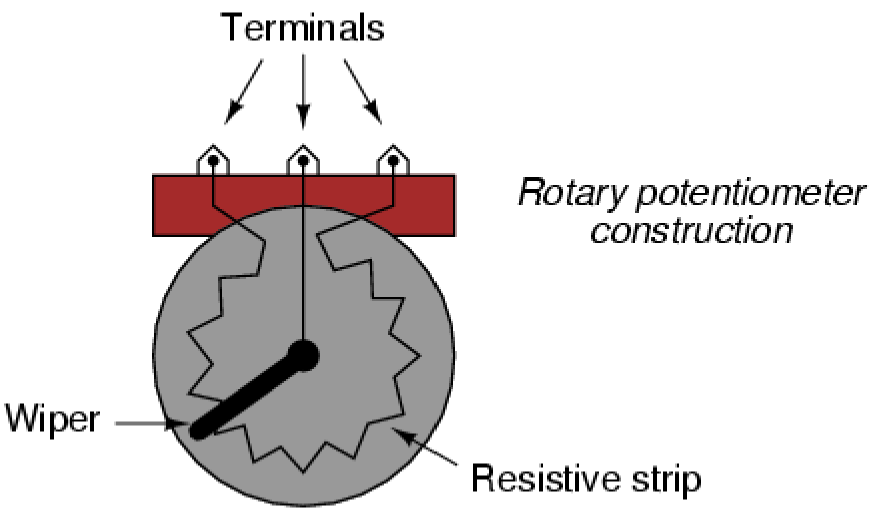
$$E_{R2} = 45\text{ V}\ \frac{10\text{ k}\Omega}{22.5\text{ k}\Omega} = 20\text{ V}$$

$$E_{R3} = 45\text{ V}\ \frac{7.5\text{ k}\Omega}{22.5\text{ k}\Omega} = 15\text{ V}$$

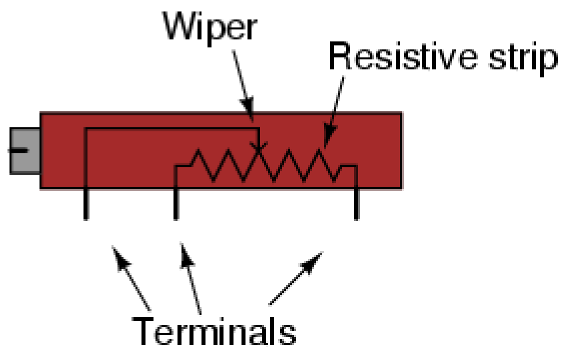
نورد فيما يلي بعض النماذج التطبيقية لمقسم الجهد :



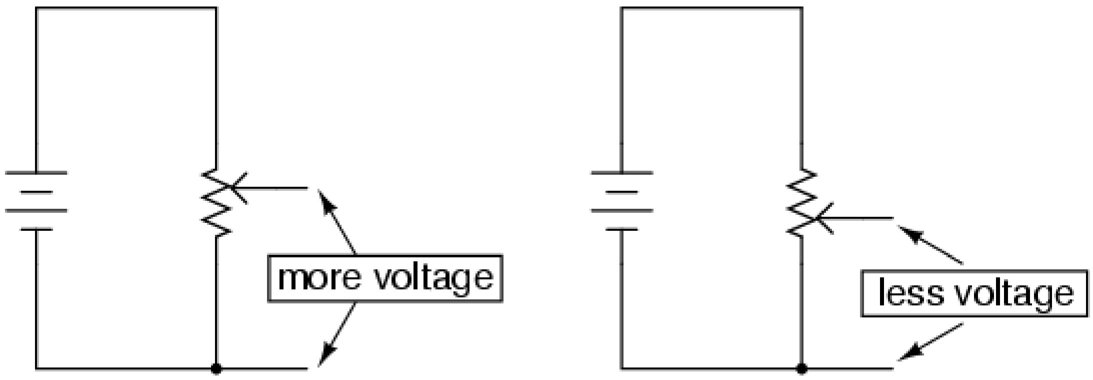


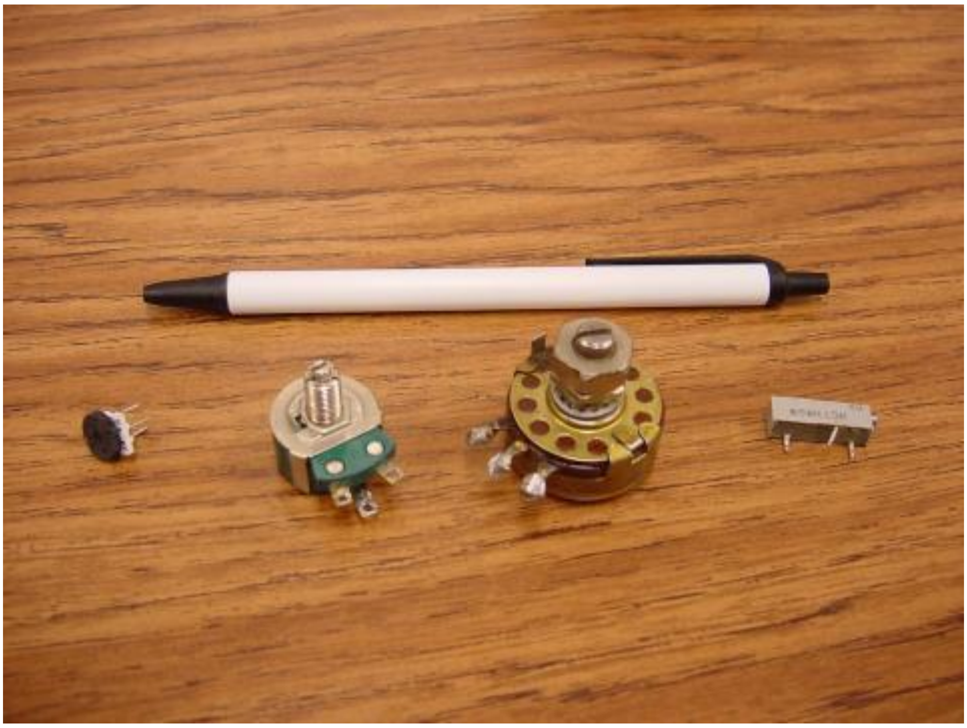


Linear potentiometer construction



Using a potentiometer as a variable voltage divider



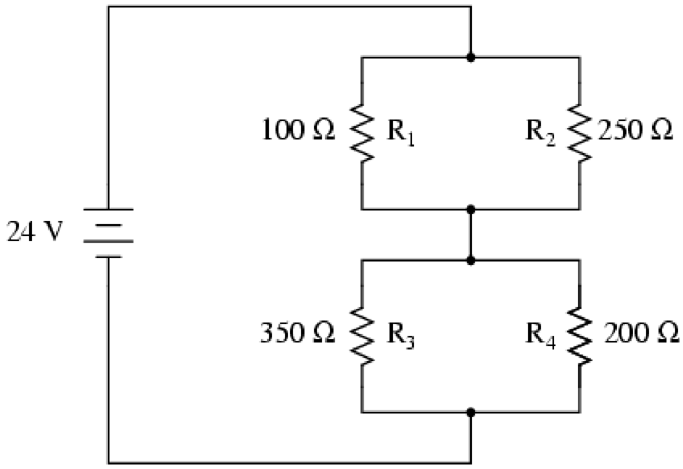



Helipot
PRECISION POTENTIOMETER

مثال (٢)

اوجد التيارت في الفروع للدارة المختلطة التالية :

A series-parallel combination circuit

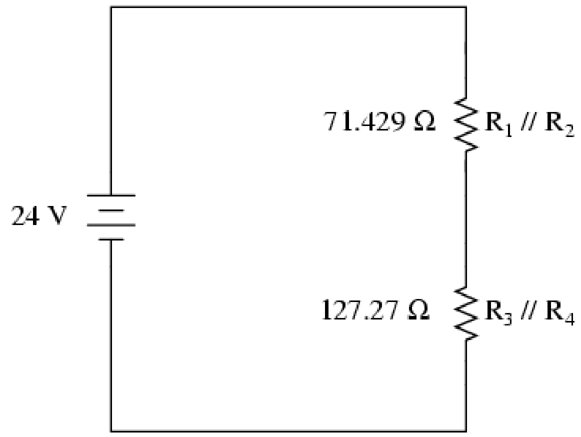


الحل :

نرسم الجدول ونضع فيه المعاليم وبعد ذلك نحسب المجاهيل :

	R_1	R_2	R_3	R_4	Total	
E					24	Volts
I						Amps
R	100	250	350	200		Ohms

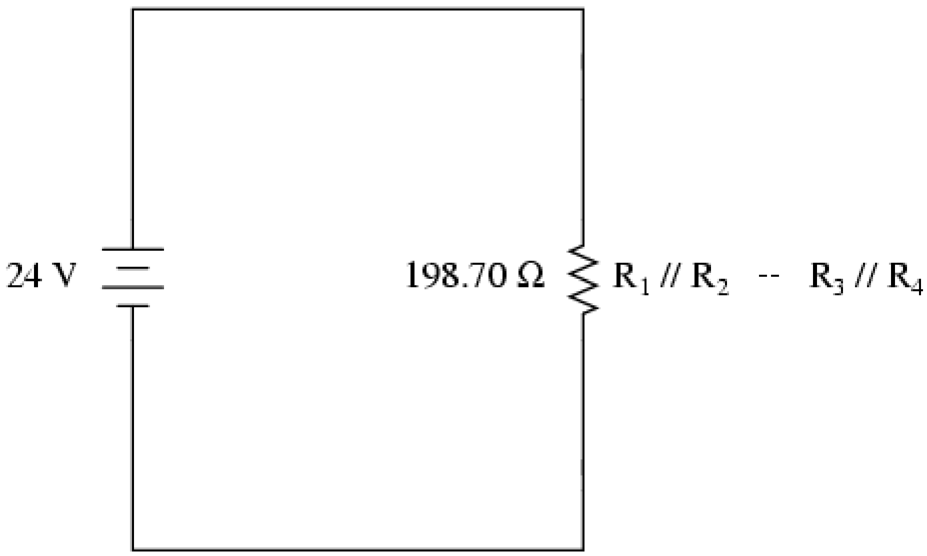
نلاحظ من الشكل ان المقاومتين R_1 و R_2 موصولتين على التفرع نحسب محصلة كل منهما



ونضع النتائج في الجدول التالي :

	R_1	R_2	R_3	R_4	$R_1 // R_2$	$R_3 // R_4$	Total	
E							24	Volts
I								Amps
R	100	250	350	200	**71.429**	**127.27**		Ohms

من الشكل السابق نلاحظ ان المقاومتين موصولتين على التسلسل نحسب المحصلة ونضعها في الجدول التالي :

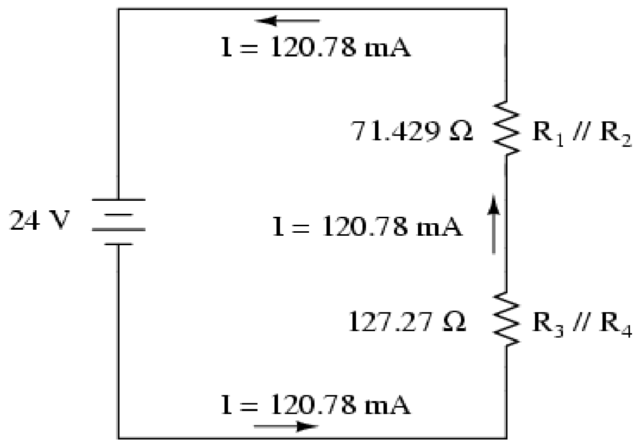


	R_1	R_2	R_3	R_4	$R_1 // R_2$	$R_3 // R_4$	$R_1 // R_2$ -- $R_3 // R_4$ Total	
E							24	Volts
I								Amps
R	100	250	350	200	71.429	127.27	**198.70**	Ohms

من الشكل والجدول نجد ان بالامكان حساب التيار الكلي الصادر عن المنبع بواسطة قانون اوم (I=E/R)

	R_1	R_2	R_3	R_4	$R_1 // R_2$	$R_3 // R_4$	$R_1 // R_2$ -- $R_3 // R_4$ Total	
E							24	Volts
I							**120.78m**	Amps
R	100	250	350	200	71.429	127.27	198.70	Ohms

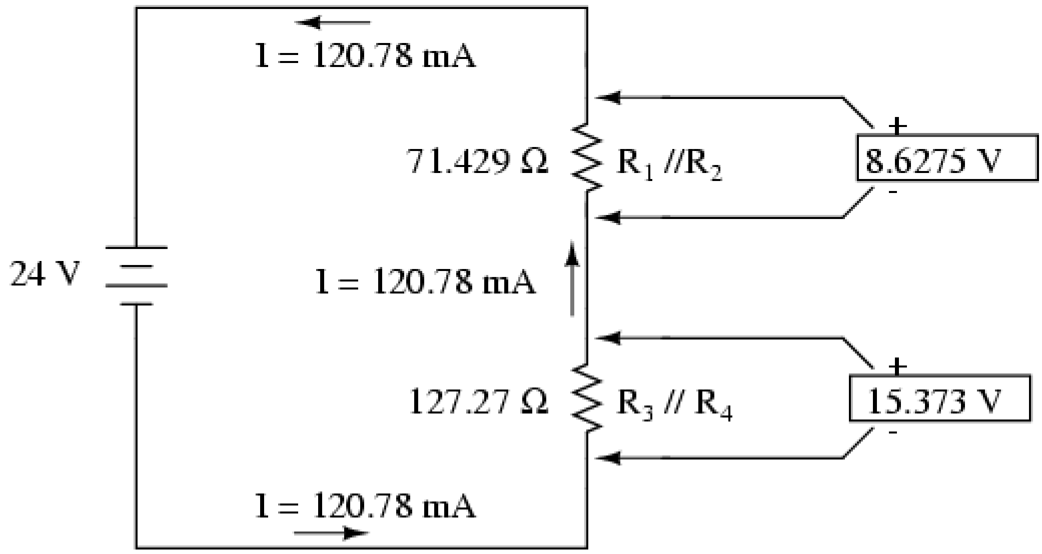
حيث ان هذا التيار يمر في المقاومات المكافئة :



ونضع نتيجة التيارات في الجدول التالي :

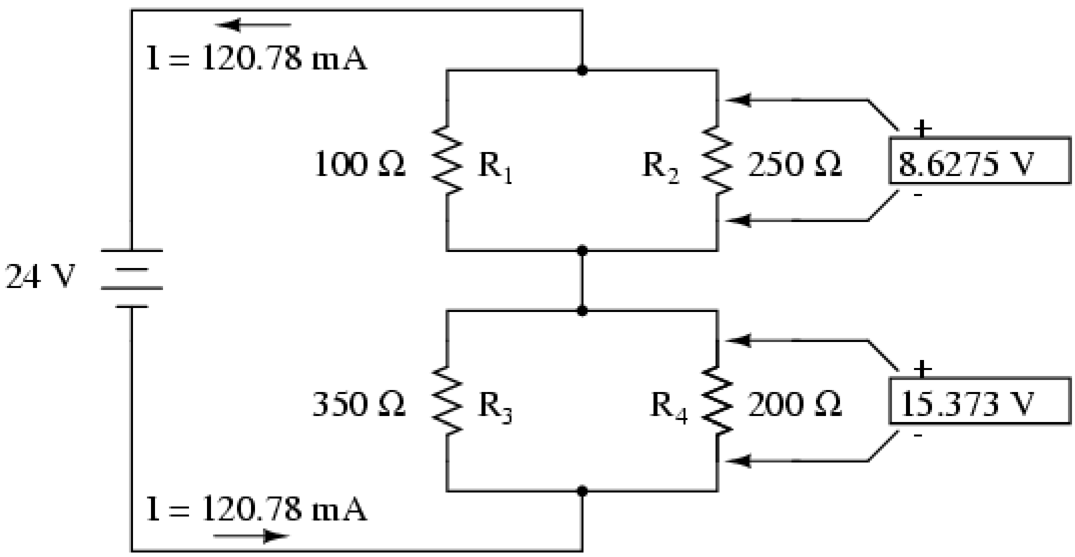
	R_1	R_2	R_3	R_4	$R_1 // R_2$	$R_3 // R_4$	$R_1 // R_2$ -- $R_3 // R_4$ Total	
E							24	Volts
I					**120.78m**	**120.78m**	120.78m	Amps
R	100	250	350	200	71.429	127.27	198.70	Ohms

بما ان المقاومات R_1 و R_2 على التفرع وكذلك R_3 و R_4 اذا التوتر المطبق على كل منهما متساو لذا نحسب هبوط التوتر على كل مجموعة حسب قانون اوم والشكل التالي يوضح ذلك ، ونثبت النتيجة في الجدول :



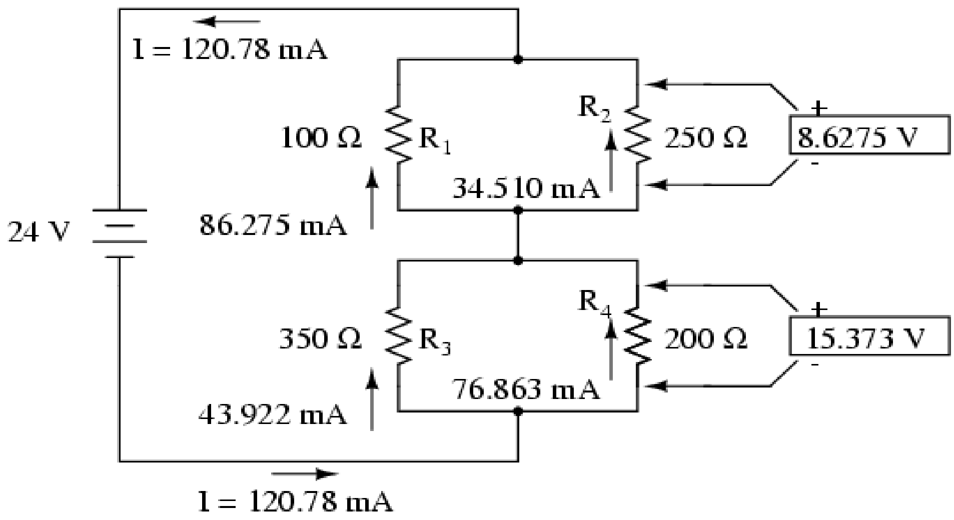
	R_1	R_2	R_3	R_4	$R_1 // R_2$	$R_3 // R_4$	$R_1 // R_2$ -- $R_3 // R_4$ Total	
E					**8.6275**	**15.373**	24	Volts
I					120.78m	120.78m	120.78m	Amps
R	100	250	350	200	71.429	127.27	198.70	Ohms

ونحسب التيار المار في الفرعين على التفرع :



	R_1	R_2	R_3	R_4	$R_1 // R_2$	$R_3 // R_4$	$R_1 // R_2$ -- $R_3 // R_4$ Total	
E	**8.6275**	**8.6275**	**15.373**	**15.373**	8.6275	15.373	24	Volts
I					120.78m	120.78m	120.78m	Amps
R	100	250	350	200	71.429	127.27	198.70	Ohms

	R_1	R_2	R_3	R_4	$R_1 // R_2$	$R_3 // R_4$	$R_1 // R_2$ -- $R_3 // R_4$ Total	
E	8.6275	8.6275	15.373	15.373	8.6275	15.373	24	Volts
I	**86.275m**	**34.510m**	**43.922m**	**76.863m**	120.78m	120.78m	120.78m	Amps
R	100	250	350	200	71.429	127.27	198.70	Ohms

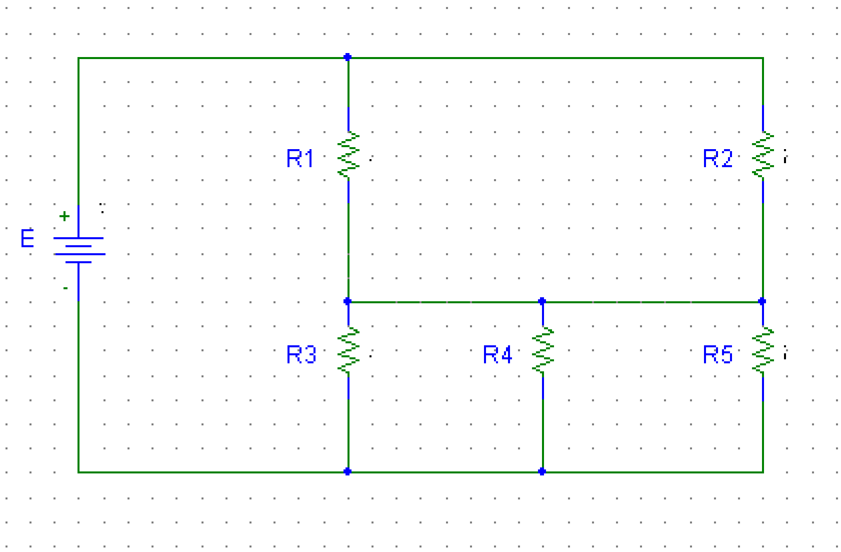


مثال (٣):

احسب قيمة هبوط الجهد على المقاومة R_4 في الدارة المبينة في الشكل ، حيث قيم العناصر كالتالي :

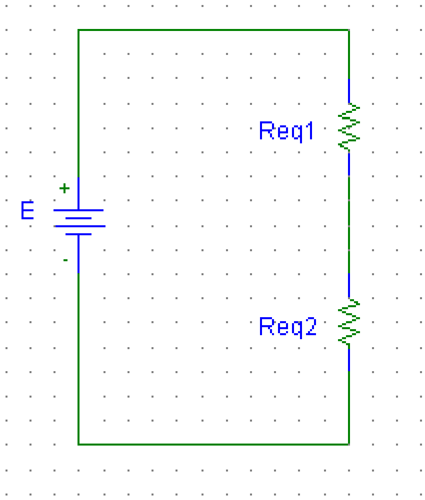
R_4=33KΩ ، R_3=18KΩ ، R_2= 22KΩ، R_1=12KΩ

. E= 15 V ، R_5= 27KΩ



الحل :

هبوط الجهد على المقاومة R_4 هو نفس هبوط الجهد على المقاومة R_3 او R_5 لان المقاومات الثلاث موصولات على التفرع ، بالاخذ بعين الاعتبار ان المقاومتين R_1 و R_2 على التفرع ايضا بناء على ذلك نحصل على الشكل التالي



حيث :

$$R_{eq1} = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = \frac{12 * 22}{12 + 22} = 7.765K\Omega$$

$$R_{eq2} = \frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}} = \frac{1}{\frac{1}{18} + \frac{1}{33} + \frac{1}{27}} = 8.138K\Omega$$

وحسب قاعدة مقسم الجهد نكتب :

$$V_2 = E\frac{R_{eq2}}{R_{eq1}+R_{eq2}} = 15\frac{8.138}{8.138+7.765} = 7.67V$$

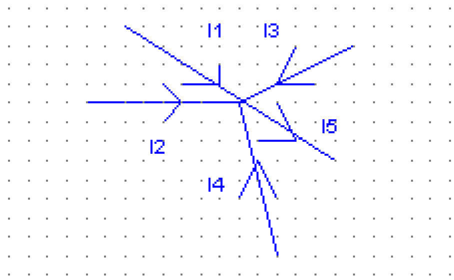
وهو المطلوب

قانون كيرشوف الاول (قانون التيارات) .

مجموع التيارات الكهربائية المتجة الى عقدة ما من الدارة الكهربائية يساوي الى مجموع التيارات الصادرة عن هذه العقدة .
ويمكن التعبير عن هذا القانون بصيغة اخرى : المجموع الجبري للتيارات في اية عقدة من دارة كهربائية يساوي الصفر .

$$\sum_{j=1}^{n} I_j = 0$$

حيث اعتمد اشارة التيارات الداخلة الى العقدة موجبة والتيارات الصادرة من العقدة سالبة ، كما في الشكل(١):



الشكل (١)

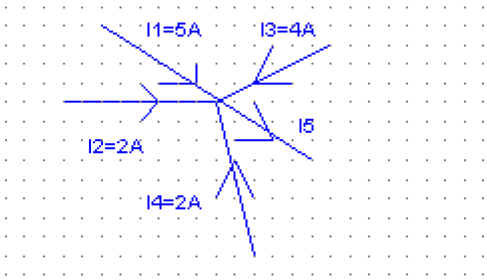
بناء على قانون كيرشوف الاول (قانون التيارات) نكتب ما يلي :

$$\sum_{j=1}^{5} I_j = 0$$

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

مثال :

احسب قيمة التيار I_5 بالدارة في الشكل (٢)



الشكل (٢)

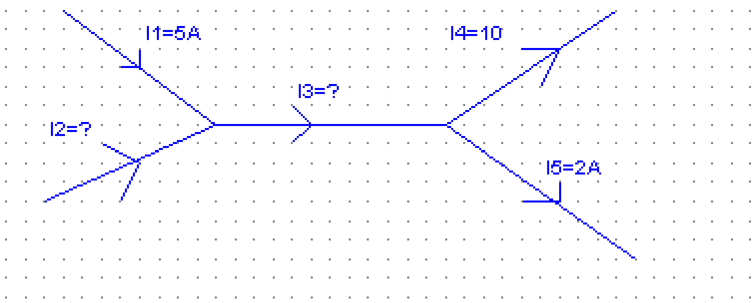
الحل :

حسب قانون كيرشوف الاول (قانون التيارات) نكتب ما يلي :

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 - I_5 = 0$$
$$5 + 2 + 4 + 2 = I_5$$
$$I_5 = 13\ A$$

مثال :

احسب قيمة التيار I_2 بالدارة في الشكل (٣) .



الشكل (٣)

الحل :

بناء على قانون كيرشوف نحسب التيار I_3

$$I_3 = I_4 + I_5$$

$$I_3 = 10 + 2 = 12\ A$$

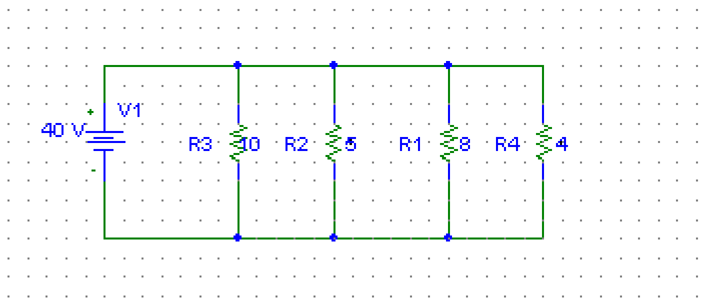
بناء على قانون كيرشوف في الجزء الثاني من الشكل نكتب ما يلي :

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$I_2 = I_3 - I_1 = 12 - 5 = 7\ A$$

مثال :

احسب التيار الكلي الصادر عن منبع الجهد في الشكل (٤)



الشكل (٤)

الحل :

حسب قانون اوم نكتب ما يلي :

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{40}{8} = 5A$$

$$I_2 = \frac{V_1}{R_2} = \frac{40}{5} = 8A$$

$$I_3 = \frac{V_1}{R_3} = \frac{40}{10} = 4A$$

$$I_4 = \frac{V_1}{R_4} = \frac{40}{4} = 10A$$

وبناء على قانون كيرشوف الاول (قانون التيارات) مجموع التيارات الصادرة عن العقدة يساوي مجموع التيارات الداخلة الى العقدة .

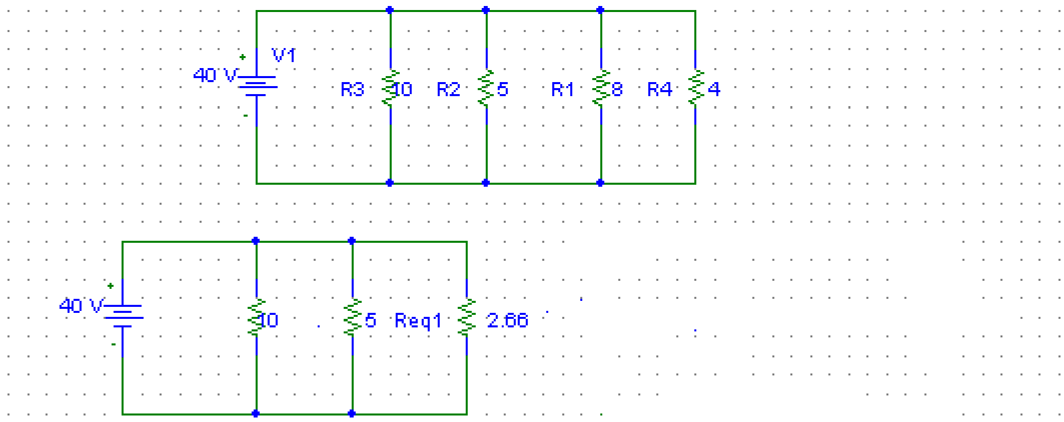
$$I - I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

$$I = 5 + 8 + 4 + 10 = 27\ A$$

او حسب قوانين الدارات التفرعية .

اولا : نحسب المقاومة المكافئة الكلية للدارة .



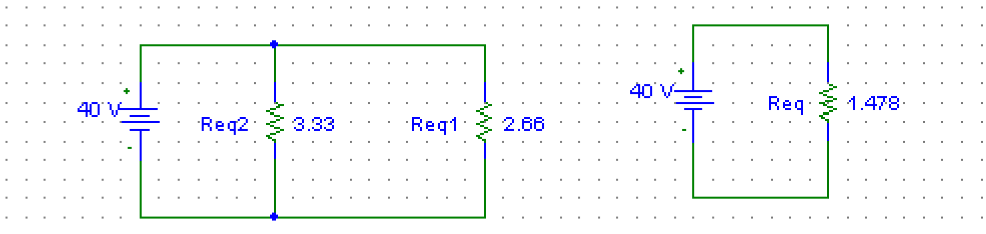
B

المقاومة المكافئة للمقاومتين R_4 و R_1 كما في الشكل B .

$$R_{eq1} = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = \frac{8*4}{8+4} = 2.66\Omega$$

المقاومة المكافئة للمقاومتين R_2 و R_3 كما في الشكل C .

$$R_{eq2} = \frac{R_3 * R_2}{R_3 + R_2} = \frac{5*10}{5+10} = 3.33\Omega$$



C D

نلاحظ من الشكل C ان المقاومتين Req1 و Req2 على التفرع وبناء على ذلك نحسب المقاومة المكافئة لهما

ونحصل على الشكل D كما يلي :

$$R_{eq} = \frac{R_{eq1} * R_{eq2}}{R_{eq1} + R_{eq2}} = \frac{2.66*3.33}{2.66+3.33} = 1.478\Omega$$

التيار الصادر عن المنبع حسب قانون اوم :

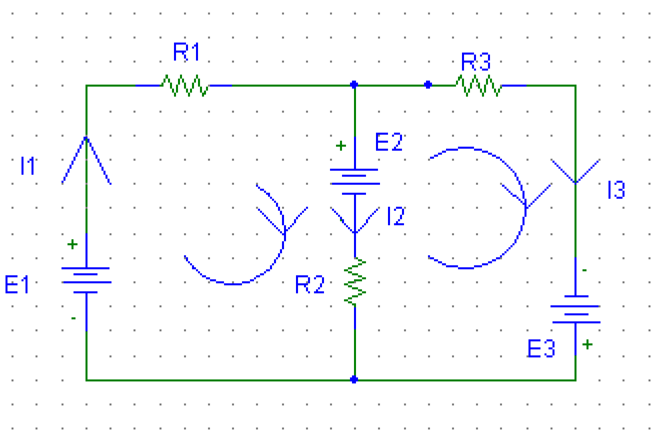
$$I = \frac{V_1}{R_{EQ}} = \frac{40}{1.478} = 27.08A$$

نلاحظ اننا حصلنا على نفس التيار في الحالتين .

قانون كيرشوف الثاني (قانون الجهد) .

ينص قانون كيرشوف للجهد على انه في اية حلقة او دارة مغلقة من الدارات الكهربائية ، المجموع الجبري للقوى المحركة الكهربائية في الحلقة يساوي المجموع الجبري لحاصل التيار في المقاومة في الحلقة . من اجل تحديد اشارة القوى المحركة E والجهود I.R، نختار اتجاها عشوائيا للدوران في الحلقة نعتبره الاتجاه المرجعي. اذا كان سهم الاتجاه المرجعي يدخل منبع القوة المحركة من القطب السالب ويخرج من القطب الموجب فتأخذ القوة المحركة لهذا المنبع اشارة الموجب ، وفي الحالة المعاكسة تأخذ اشارة سالب .اما الحدود R.I فتأخذ اشارة موجبة اذا اتفق اتجاه التيار المار في المقاومة مع الاتجاه المرجعي ، واشارة سالبة في الحالة المعاكسة .

من اجل توضيح قانون كيرشوف للجهد سنطبقه على الحلقتين في الدارة المبينة في الشكل (١) .



الشكل (١)

حسب الاتجاهات المرجعية المختارة الموضحة في الشكل نكتب ما يلي :

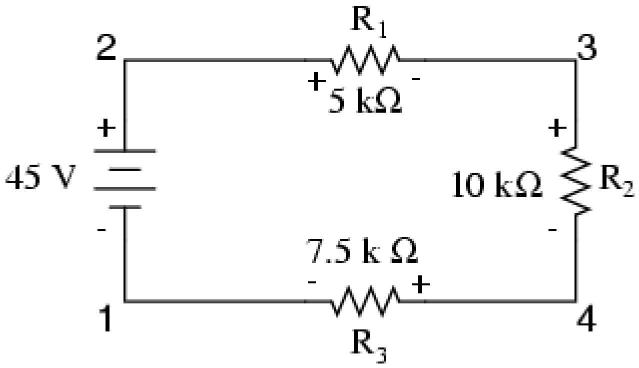
الحلقة الاولى :

$$I_1R_1 + I_2R_2 = E_1 - E_2$$

الحلقة الثانية :

$$I_3R_3 - I_2R_2 = E2 + E3$$

لتوضيح قانون كيرشوف الثاني (قانون الجهد) نأخذ الاشكال التالية :



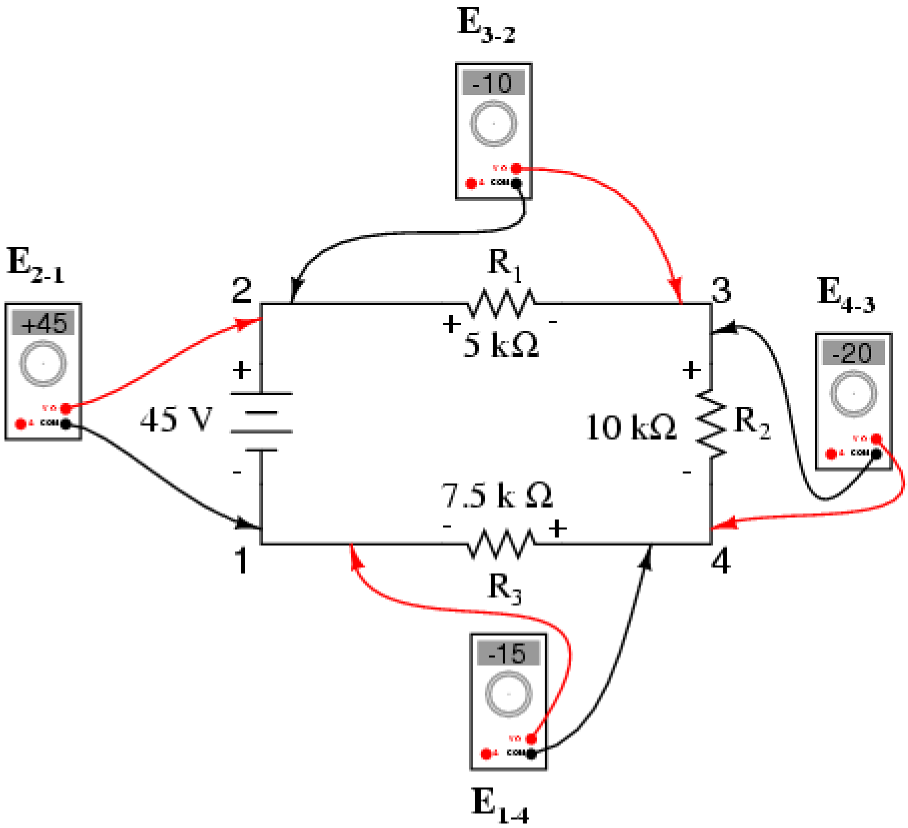
هذا الشكل يمثل حلقة واحدة تضم منبع للقوة المحركة الكهربائية ومجموعة المقاومات ،تم حساب هبوطات الجهد على المقاومات بايجاد التيار الكلي في الدارة تم جداء المقاومات في هذا التيار حصلنا على القيم التالية :

$$E_{3\text{-}2} = -10\ V$$

$$E_{4\text{-}3} = -20\ V$$

$$E_{1\text{-}4} = -15\ V$$

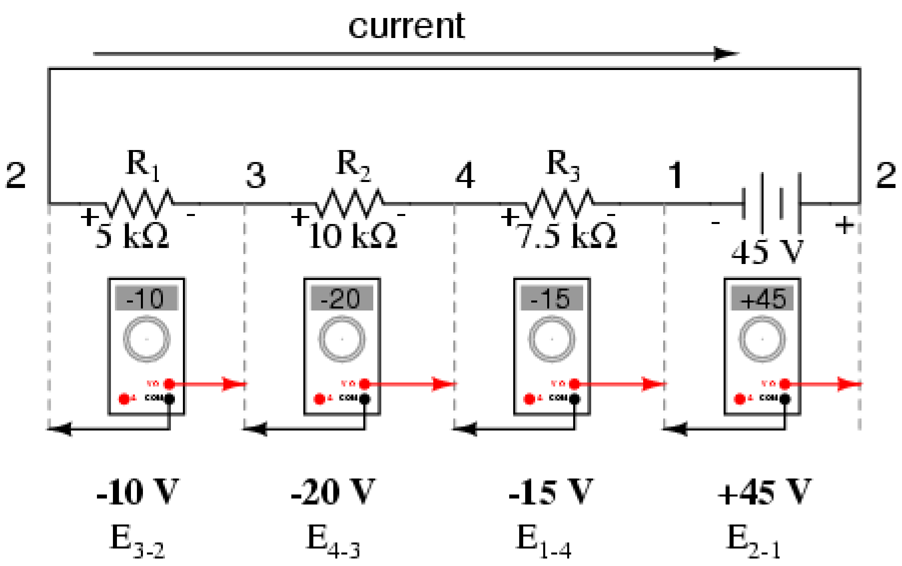
نلاحظ ان هبوطات الجهد في المقاومات معاكسة لاشارة الجهد في المنبع وبالتالي مجموع الجبري للجهود في الحلقة يساوي الى الصفر وهذا يحقق قانون كيرشوف للجهود ، لمقارنة هذه النتائج مع القياس، تم قياس هبوط الجهود على المقاومات كما في الشكل التالي :



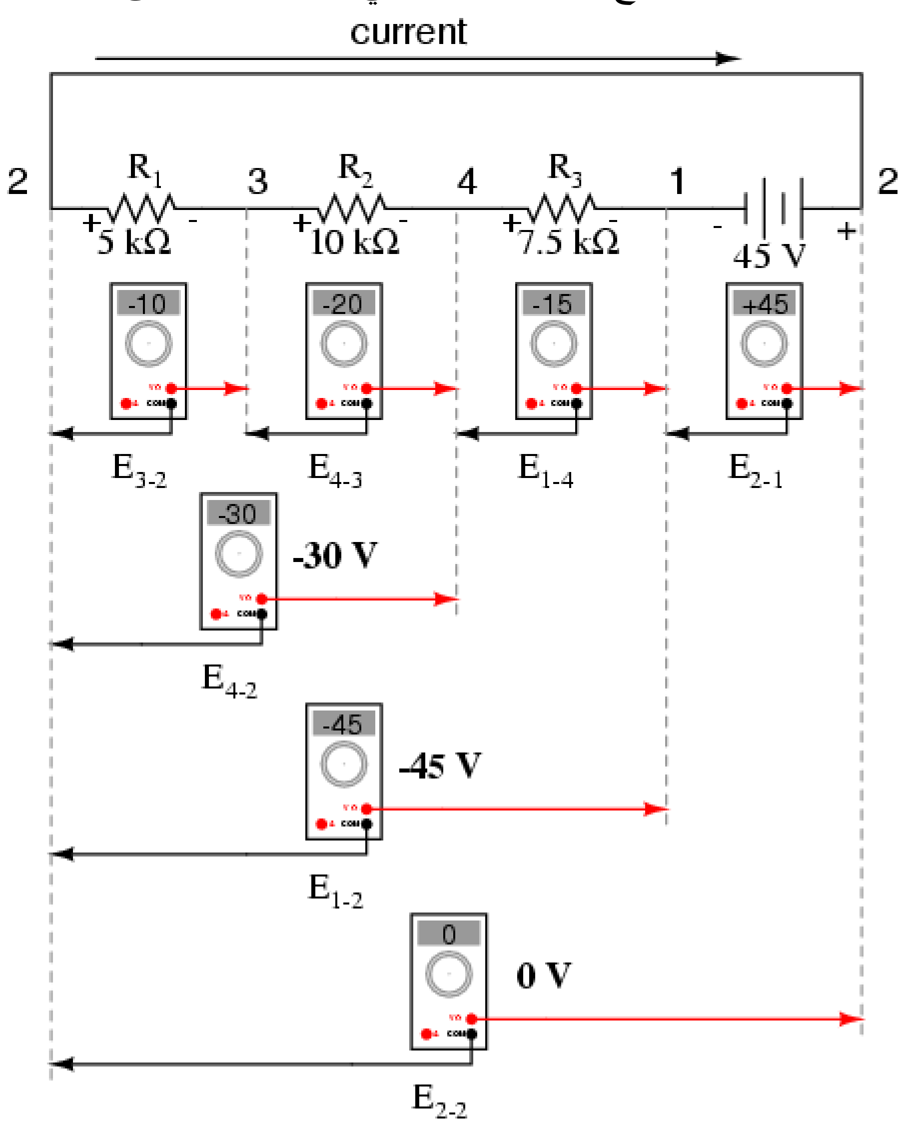
من الشكل نلاحظ تطابق نتائج الحساب مع القياس ، و اذا تم تطبيق قانون كيرشوف على الحلقة نحصل على ما يلي :

	$E_{2-1} = +45\ V$	*voltage from point* **2** *to point* **1**
	$E_{3-2} = -10\ V$	*voltage from point* **3** *to point* **2**
	$E_{4-3} = -20\ V$	*voltage from point* **4** *to point* **3**
+	$E_{1-4} = -15\ V$	*voltage from point* **1** *to point* **4**
	$0\ V$	

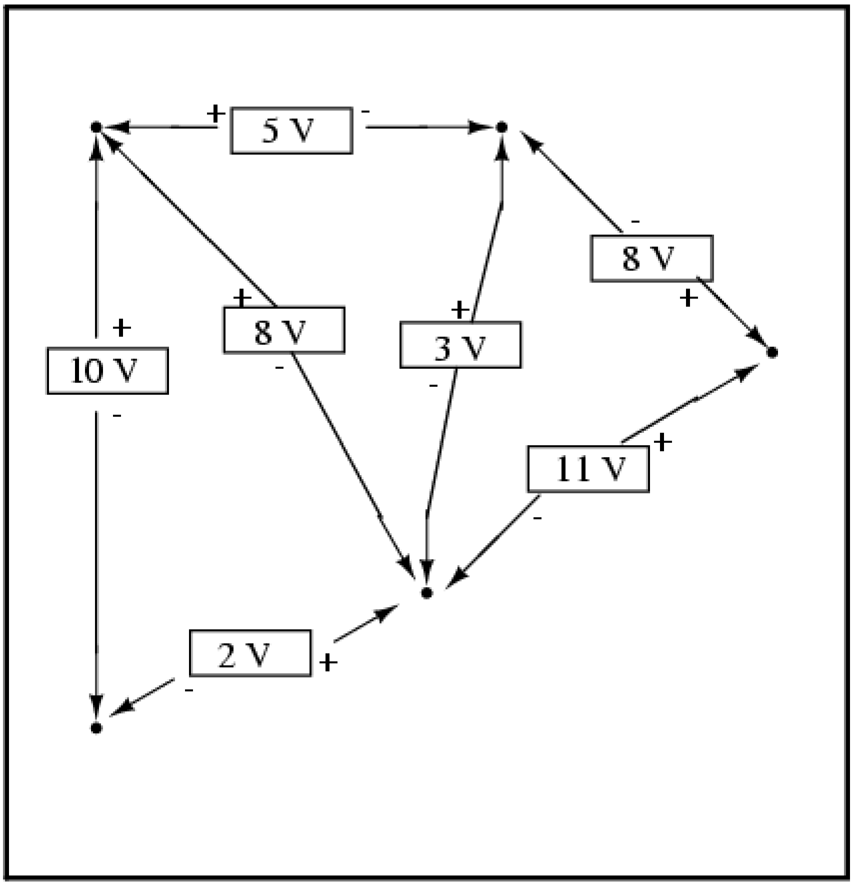
لسهولة توضيح الفكرة نطبق قوانين الدارة التسلسلية .



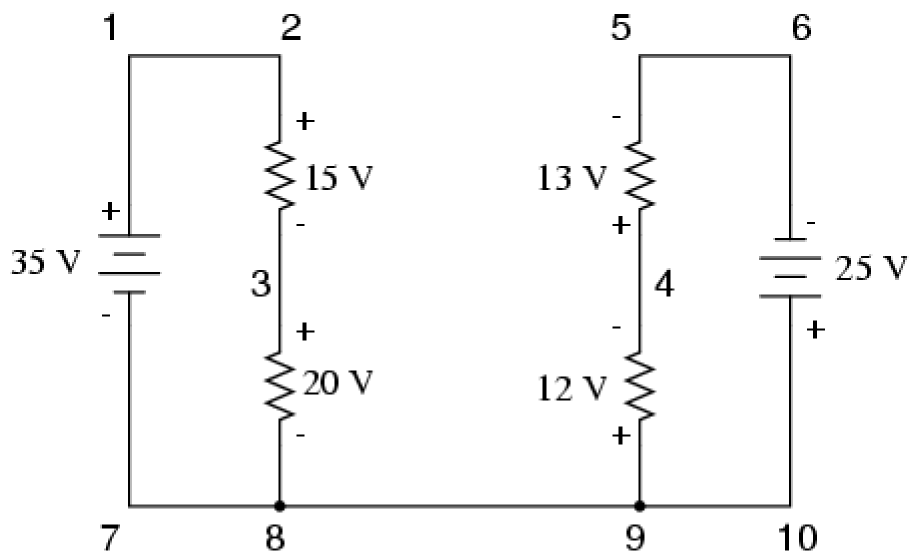
من الشكل نلاحظ ان مجموع هبوطات الجهد في الدارة مساويا الى الصفر .



والشكل التالي يوضح مجموعة من الحلقات يبين ان مجموع الجهود في اية حلقة من الحلقات مساويا الى الصفر .



قانون كيرشوف للجهود يساعد على ايجاد التوترات بين جميع النقاط في الدارات الكهربائية المعقدة كما في الشكل التالي :



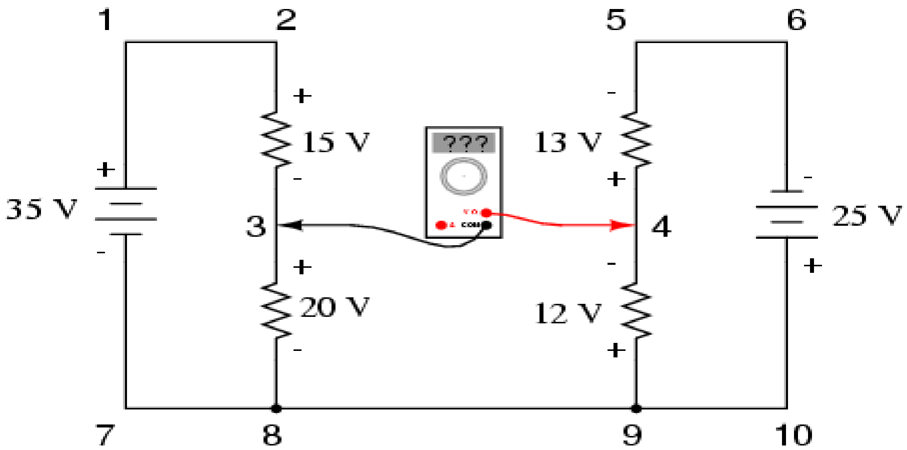
لايجاد التوتر (الجهد) بين النقطتين ٣ و ٤ ، سنطبق القانون المذكور كما يلي :

$$E_{4\text{-}3} + E_{9\text{-}4} + E_{8\text{-}9} + E_{3\text{-}8} = 0$$

$$E_{4\text{-}3} + 12 + 0 + 20 = 0$$

$$E_{4\text{-}3} + 32 = 0$$

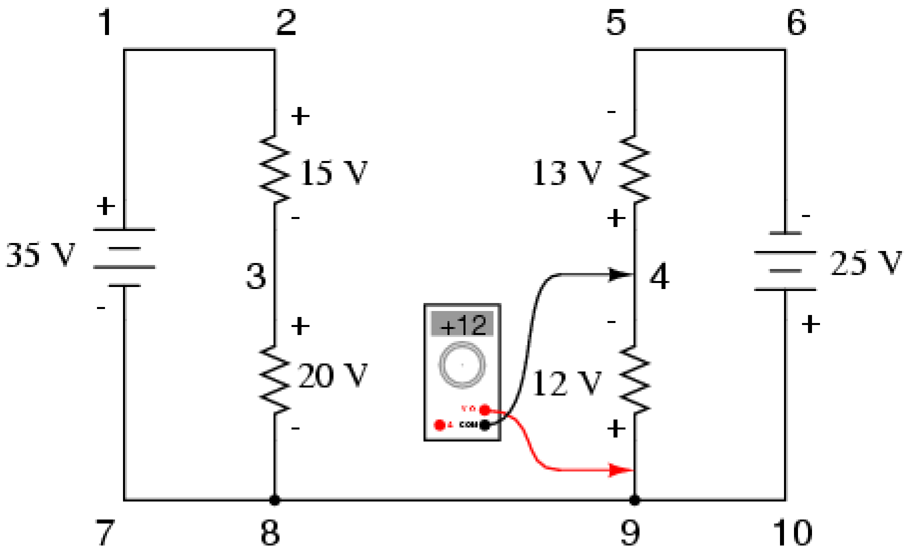
$$E_{4\text{-}3} = -32\ V$$



Measuring voltage from point 4 to point 3 (unknown amount)

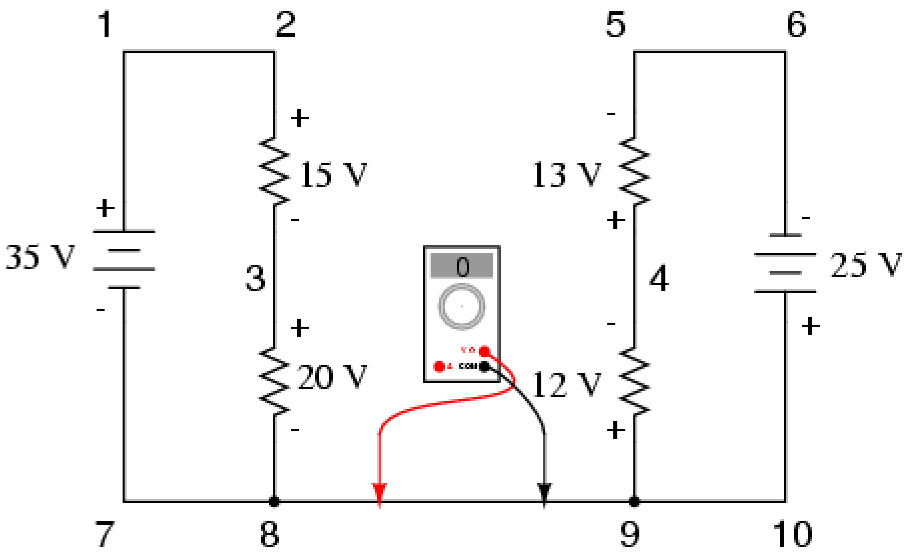
$E_{4\text{-}3}$

سيتم قياس الجهود على المقاومات كما يلي :



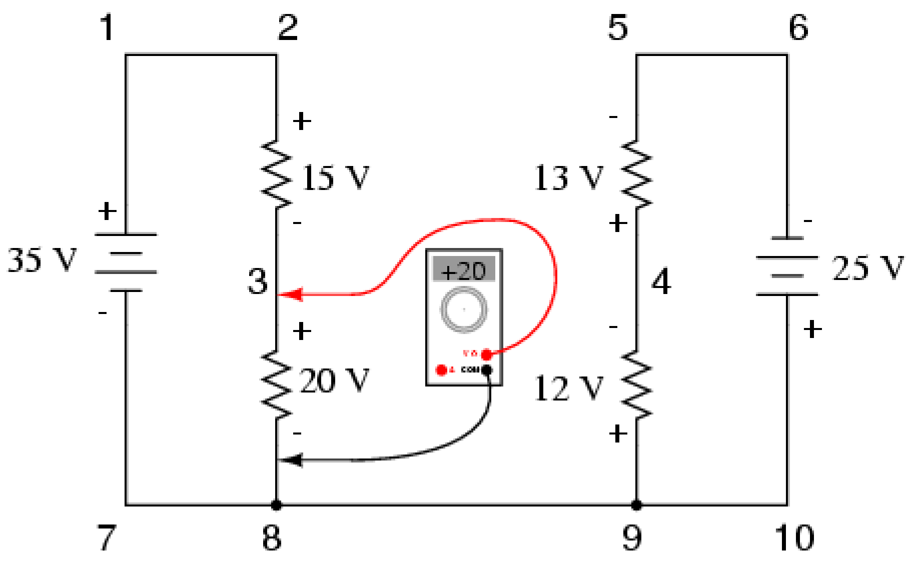
Measuring voltage from point 9 to point 4 (+12 volts)

$E_{4-3} + 12$



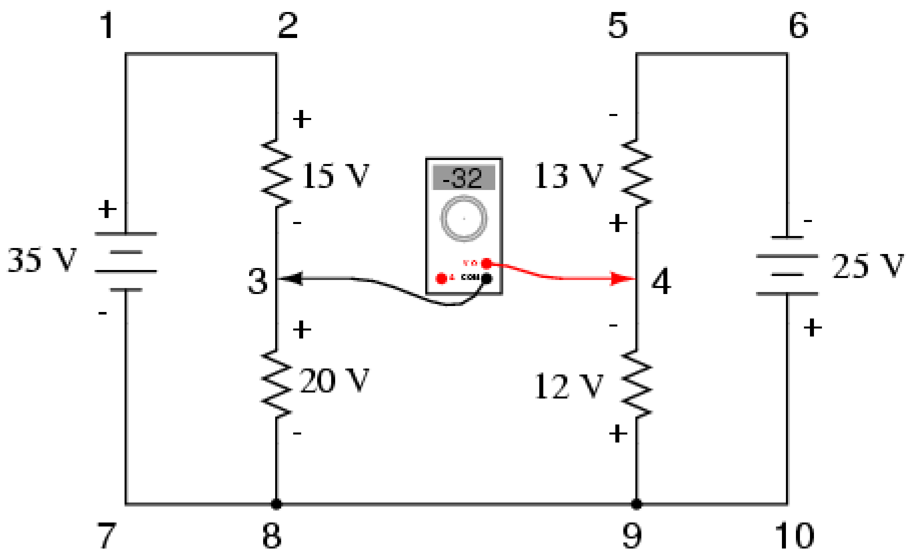
Measuring voltage from point 8 to point 9 (0 volts)

$E_{4-3} + 12 + 0$

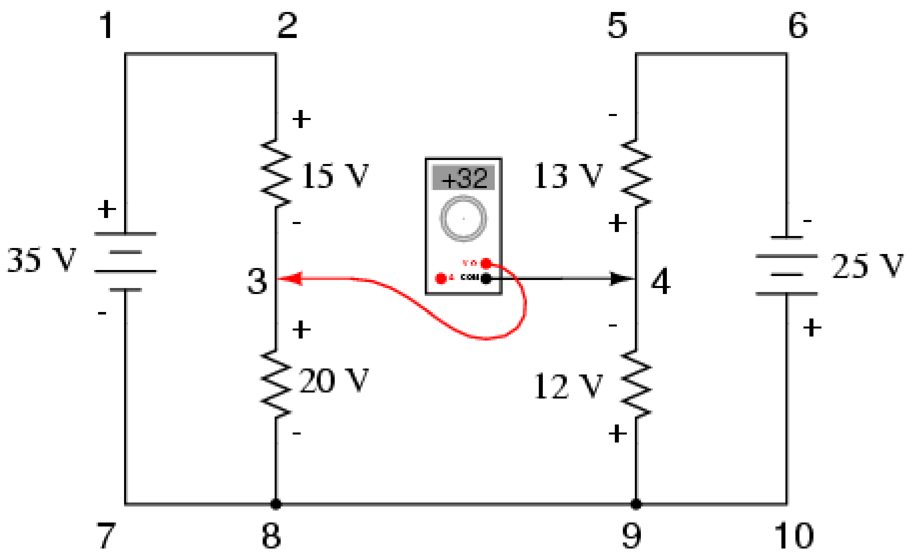


Measuring voltage from point 3 to point 8 (+20 volts)

$$E_{4\text{-}3} + 12 + 0 + 20 = 0$$



$$E_{4\text{-}3} = -32$$

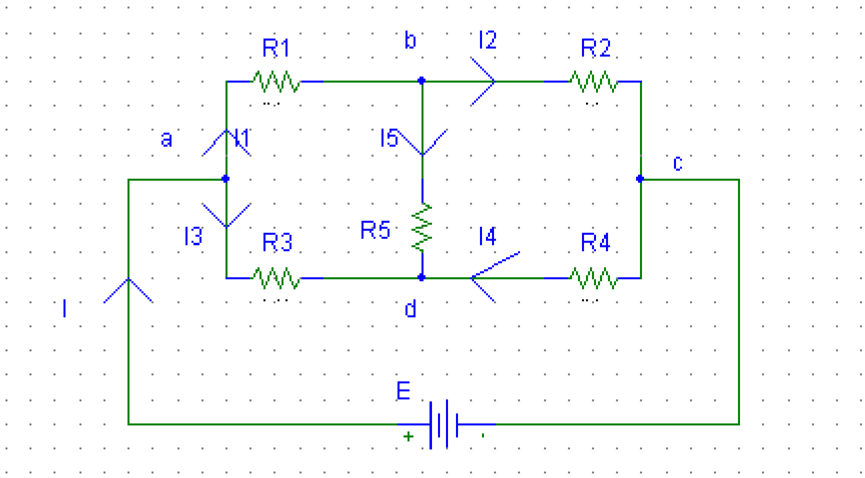


$E_{3-4} = +32$

مثال :

يبين الشكل دائرة جسرية ، اذا كانت التيارات معطاة على الشكل والمطلوب ما يلي :

- اكتب قانون كيرشوف للتيار عند العقد الاربع .
- قانون كيرشوف للجهود حول الحلقات abda ، و bcdb ، و adca .



الحل :

- العقدة a :

$I = i_1 + i_3$

- العقدة b :

$I_1 = i_2 + i_5$

- العقدة c :

$I_2 = I + i_4$

- العقدة d :

$0 = i_4 + i_3 + i_5$

الحلقة : abda .

$i_1R_1 + I_5R_5 - I_3R_3 = 0$

$i_1R_1 + I_5R_5 = I_3R_3$

الحلقة : adca .

$E = I_3R_3 - I_4R_4$

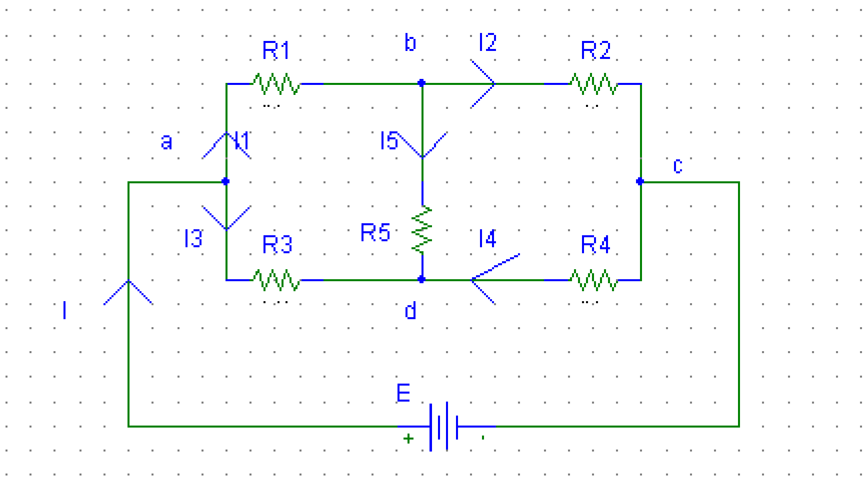
الحلقة : bcdb .

$i_2R_2 + I_4R_4 - I_5R_5 = 0$

$i_2R_2 + I_4R_4 = I_5R_5$

مثال :

اذا فرض ان التيار المار في الفرع الخامس مساويا الى الصفر اوجد قيمة المقاومة الرابعة ، والتيار الصادر من المنبع اذا علمت ان $R_1 = 10\ \Omega$ ، $R_2 = 20\ \Omega$ ، $R_3 = 30\ \Omega$ ، $E = 45\ V$.



الحل :

$I_5 = 0$

بناء على قانون كيرشوف للتيارات نحصل على ما يلي :

$I_1 = I_2$

$I_3 = -I_4$

وكذلك الجهود في العقدتين متساو وهكذا :

$I_1R_1 = I_3R_3$

$I_2R_2 = -I_4R_4$

وبتعويض قيم التيارات المتساوية نحصل على مايلي :

$I_1R_2 = I_3R_4$

من العلاقتين السابقتين نكتب ما يلي :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

من العلاقة نوجد قيمة المقاومة الرابعة .

$$R_4 = \frac{R_3 * R_2}{R_1} = \frac{20*30}{10} = 60\Omega$$

- لايجاد التيار الصادر من المنبع لابد من ايجاد المقاومة المكافئة للدارة ، وبما ان التيار المار في الفرع الخامس يساوي الصفر هذا يعني ان المقاومتين R_1 و R_2 موصولتين على التسلسل وكذلك المقاومتين R_3 و R_4 ، ومحصلة كل منهما موصولتين على التفرع وبالتالي تكون المقاومة المكافئة مساويا الى :

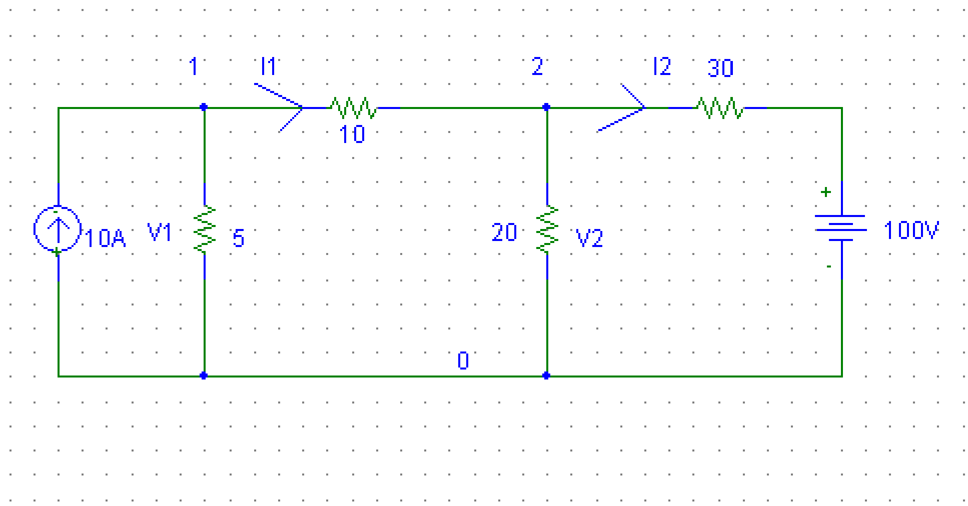
$$R_T = \frac{(10+20)*(30+60)}{30+90} = 22.5\Omega$$

التيار الصادر عن المنبع مساويا الى :

$$I_T = \frac{E}{R_T} = \frac{45}{22.5} = 2.0A$$

مثال :

اوجد التيارين I_1 و I_2 وكذلك الاستطاعة المبددة في المقاومات والاستطاعة المتولدة من المنبعين في الشكل التالي :



الحل :

- بتطبيق قانون كيرشوف للتيارات في العقدتين ١ و ٢ على التوالي :

$$\frac{V_1}{5}+\frac{V_1-V_2}{10}=10$$

$$\frac{V_2}{20}+\frac{V_2-100}{30}=\frac{V_1-V_2}{10}$$

وبحلهما نحصل على ما يلي :

$V_2 = 400/9$ V , $V_1 = 1300/27$ V

ومنه نوجد قيم التيارات :

$$I_1=\frac{V_1-V_2}{10}=\frac{10}{27}=0.37A$$

$$I_2=\frac{V_2-100}{30}=\frac{-50}{27}=-1.85A$$

- الاستطاعة المتولدة من المنبعين :

الاستطاعة المتولدة من منبع التيار :

$$P1 = V_1 * 10 = \frac{10*1300}{27} = 481.48W$$
$$P2 = V_2 * (-I_2) = 100*1.85 = 185W$$
$$P_T = 481.48 + 185 = 666.48W$$

- الاستطاعة المبددة في المقاومات :

الاستطاعة المبددة في المقاومة 5Ω .

$$P_{S1} = \frac{V_1^2}{5} = \frac{1}{5} * (\frac{1300}{27})^2 = 463.65W$$

الاستطاعة المبددة في المقاومة 10Ω .

$$P_{S2} = I_1^2 * 10 = (0.37)^2 * 10 = 1.37W$$

الاستطاعة المبددة في المقاومة $20\ \Omega$.

$$P_{S3} = \frac{V_2^2}{20} = \frac{1}{20} * (\frac{400}{9})^2 = 98.76W$$

الاستطاعة المبددة في المقاومة $30\ \Omega$.

$$P_{S4} = I_2^2 * 30 = (1.85)^2 * 30 = 102.67W$$

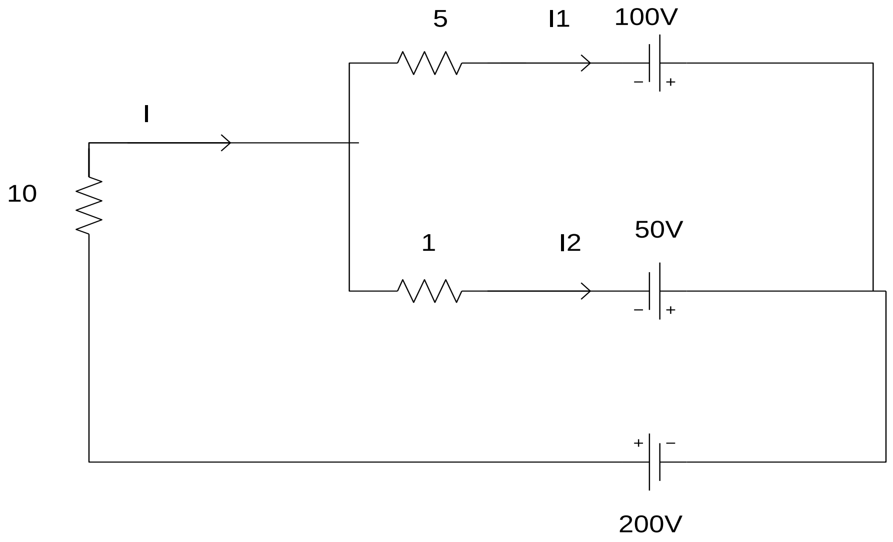
الاستطاعة الكلية المبددة في المقاومات :

$$P_{ST} = 102.67 + 98.76 + 1.37 + 463.65 = 666.45W$$

نلاحظ ان الاستطاعتين متساويتين و هذا يؤكد مصونية الطاقة .

مثال :

احسب الاستطاعة التي يعطيها كل منبع و الاستطاعة المأخوذة من قبل المقاومات وتأكد من توازن الاستطاعة في الدارة المبينة في الشكل التالي :



الحل :

بتطبيق قانون كيرشوف للجهود على الحلقات باتجاه المفترض لسريان التيار نحصل على ما يلي :

$$5I_1 - 1I_2 = 100 - 50$$

$$5I_1 - 1I_2 = 50$$

الحلقة الثانية :

$$10(I_1 + I_2) + 5I_1 = 200 + 100$$

$$15I_1 + 10I_2 = 300$$

وهكذا :

$$I_1 = 12.3A$$

$$I_2 = 11.53A$$

$$I = 23.83A$$

الاستطاعة الصادرة عن المنابع :

$$P_{100} = I_1 * 100 = 12.3 * 100 = 1230W$$
$$P_{50} = I_2 * 50 = 11.53 * 50 = 576.9W$$
$$P_{200} = I_2 * 200 = 23.83 * 200 = 4769.14W$$
$$P_T = P_{100} + P_{50} + P_{200} = 6576.04W$$

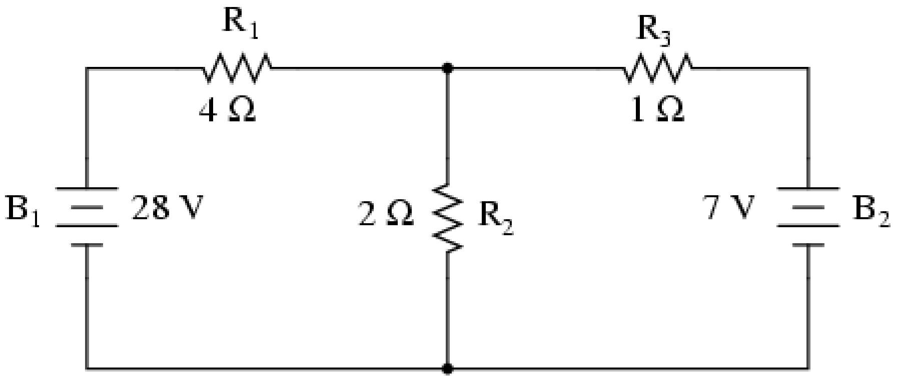
الاستطاعة الضائعة على المقاومات (المأخوذة من قبل المقاومات)

$$P_{10} = (I_1 + I_2)^2 * 10 = (23.83)^2 * 10 = 5686.17W$$
$$P_5 = I^2{}_1 * 5 = (12.3)^2 * 5 = 757.4W$$
$$P_1 = (I_2)^2 * 1 = (11.53)^2 * 1 = 133.12W$$
$$P_T = P_{10} + P_5 + P_1 = 6576.69W$$

نلاحظ من العلاقتين ان الاستطاعتين متساويتين و هذا يؤكد مصونية الطاقة .

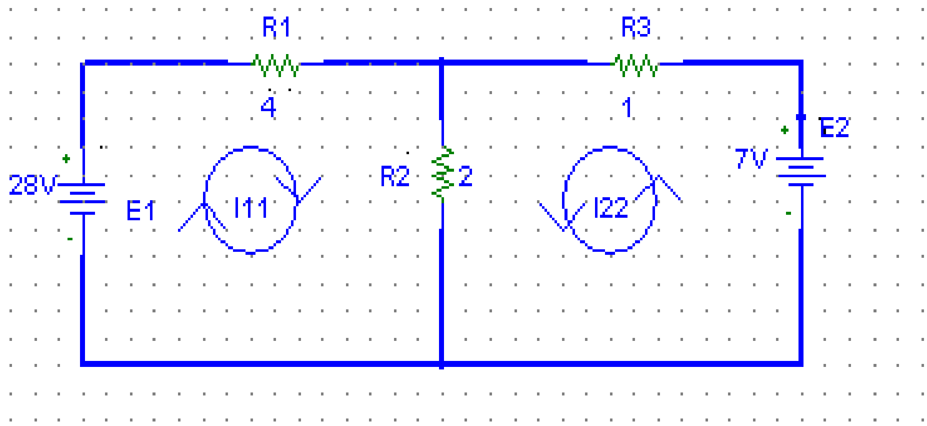
طريقة التيارات الحلقية : Mesh current method:

تعتمد هذه الطريقة على قوانين كيرشوف الثاني (الجهود) والاول (التيارات) وكذلك على قانون اوم ، حيث يتم اختيار عدد من الحلقات في الدارة الكهربائية بحيث يتم حساب جميع التيارات المارة في الخطوط ، وبعد تحديد الحلقات يفرض اتجاه التيار في الحلقات ويفضل ان يكون هذا ا_لاتجاه هو الاتجاه الحقيقي للتيار في الدارة ، وبعد ذلك يتم كتابة قانون كيرشوف للجهود في الحلقات ويجب ان يكون عدد المعادلات بعدد المجاهيل ، وبحل المعادلات بطرق الرياضية المعروفة نحصل على التيارات في الحلقات ، وبالاستفادة من قانون كيرشوف الاول (التيارات) نحدد التيارات في الفروع . وهذه الطريقة تسهل عملية حساب التيارات في الخطوط بالمقارنة مع قوانين كيرشوف ، حيث بتطبيق الكيرشوف على الشكل (١) نحتاج الى ثلاث معادلات لحساب التيارات في المقاومات (R_1 ، R_2 ، R_3) ، في حين بتطبيق طريقة الحلقات نحتاج الى معادلتين لايجاد التيارات في الحلقات ، ويزداد الفرق بعدد المعادلات بازدياد العناصر التفرعية في الدارة .



الشكل (١)

نلاحظ من الشكل (٢) الية فرض اتجاه التيارات في الحلقات



الشكل (٢)

عدد الحلقات في الشكل اثنان وبالاستفادة من قانون كيرشوف في الحلقات نكتب مايلي :

الحلقة الاولى :

$$E_1 = R_1 * I_{11} + R_2(I_{11} + I_{22})$$

الحلقة الثانية :

$$E_2 = R_3 * I_{22} + R_2(I_{22} + I_{11})$$

بالتعويض نحصل على مايلي :

$$28 = 4 * I_{11} + 2(I_{11} + I_{22})$$

$$7 = 1 * I_{22} + 2(I_{22} + I_{11})$$

بحل المعادلتين نحصل على مايلي :

I_{11}= 5 A

I_{22}= -1 A

التيار المار في المقاومة R_1 هو نفس تيار الحلقة الاولى I_{11} .

I_{R1}= 5 A

التيار المار في المقاومة R_2 هو نفس تيار الحلقة الثانية I_{22} .

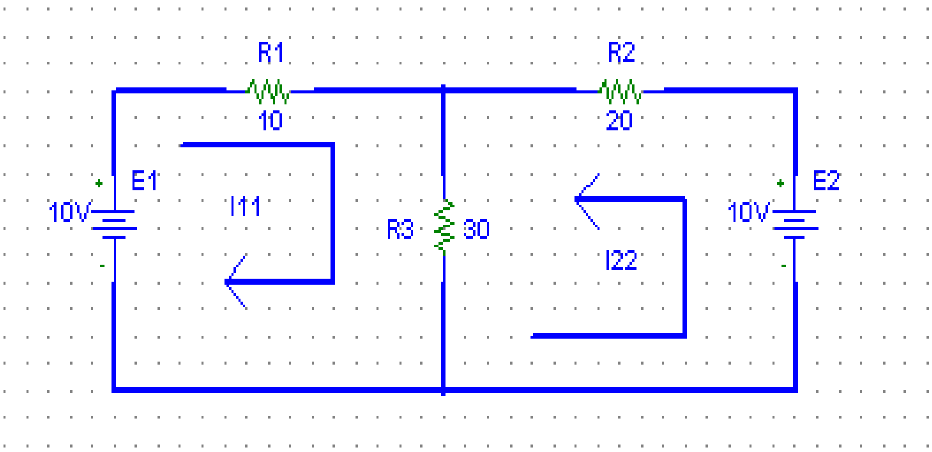
I_{R2}= -1 A

التيار المار في المقاومة R_3 هو مجموع التيارين I_{11} و I_{22} .

$I_{R3} = I_{11} + I_{22} = 5 + (-1) = 4$ A

مثال :

احسب التيارات في الفروع في الشكل باستخدام التيارات الحلقية القيم معطاة على الشكل .



الحل :

نفرض اتجاه التيارات في الحلقات كما في الشكل بناء على اتجاه منابع الجهد .
ونكتب معادلات الحلقات اعتمادا على قوانين كيرشوف الثاني .

الحلقة الاولى :

$$10 = 10 * I_{11} + 30(I_{11} + I_{22})$$

الحلقة الثانية :

$$10 = 20 * I_{22} + 30(I_{22} + I_{11})$$

وبترتيب المعادلات نحصل على ما يلي :

$$4 * I_{11} + 3I_{22} = 1$$

$$3 * I_{11} + 5 * I_{22} = 1$$

وبحل المعادلتين نحصل على ما يلي :

$I_{11} = I_{R1} = 0.182$ A

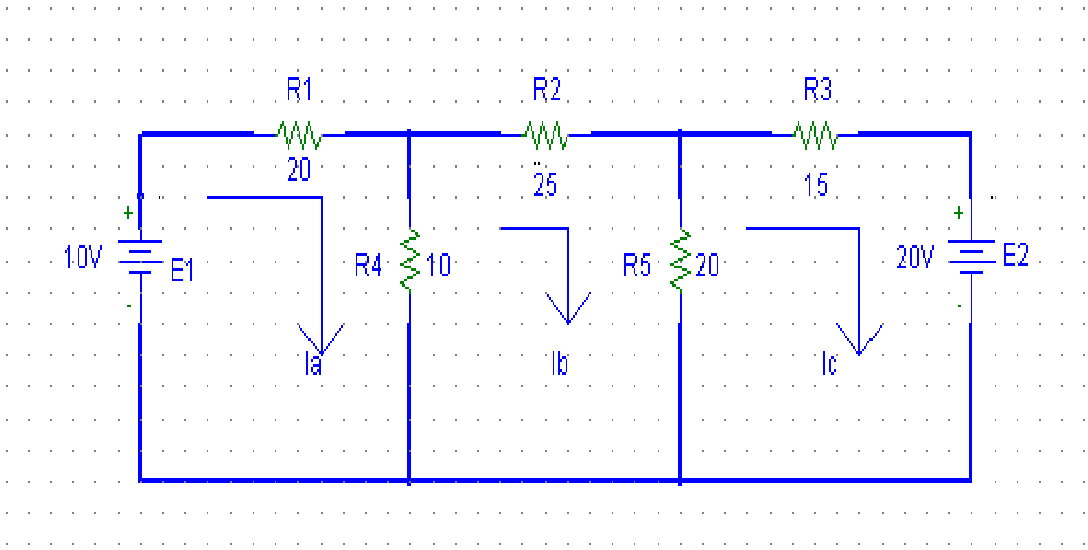
$I_{22} = I_{R2} = 0.091$ A

$I_{R3} = I_{11} + I_{22} = 0.182 + 0.091 = 0.273$ A

و هو المطلوب .

مثال :

احسب تيارات الحلقات للدارة المبينة في الشكل القيم معطاة على الشكل .



الحل :

نكتب معادلات الحلقات وفقا لاتجاهات التيارات المحددة في الشكل .

الحلقة الاولى :

$$E_1 = R_1(I_a)+R_4(I_a-I_b)$$

الحلقة الثانية :

$$0 = R_2 (I_b) + R_4(I_b-I_a)+R_5(I_b-I_C)$$

الحلقة الثالثة :

$$-E_2 = R_3(I_C) + R_5(I_C-I_b)$$

بترتيب المعادلات السابقة نحصل على ما يلي :

$$E_1 = I_a (R_1+ R_4)- I_b (R_4)$$
$$0 = I_b (R_2+ R_4+ R_5) -I_a(R_4) -I_C(R_5)$$
$$-E_2 = I_C \ (R_3+ R_5) -I_b (R_5)$$

بالتعويض نكتب ما يلي :

$$10 = I_a (30)- I_b (10) -0I_C$$
$$0 = -I_a(10) + I_b (55) -I_C(20)$$
$$-20 = -0I_a-I_b (20) +IC \ (35)$$

بحل المعادلات السابقة بطريقة المصفوفات نتبع ما يلي :

- نوجد مصفوفة المقاوامات اولا كما يلي :

$$\Delta = \begin{bmatrix} 30 & -10 & 0 \\ -10 & 55 & -20 \\ 0 & -20 & 35 \end{bmatrix}$$

- لايجاد المجاهيل نطبق طريقة كرامر كما يلي :

$$I_a = \frac{\begin{bmatrix} 10 & -10 & 0 \\ 0 & 55 & -20 \\ -20 & -20 & 35 \end{bmatrix}}{\Delta}$$

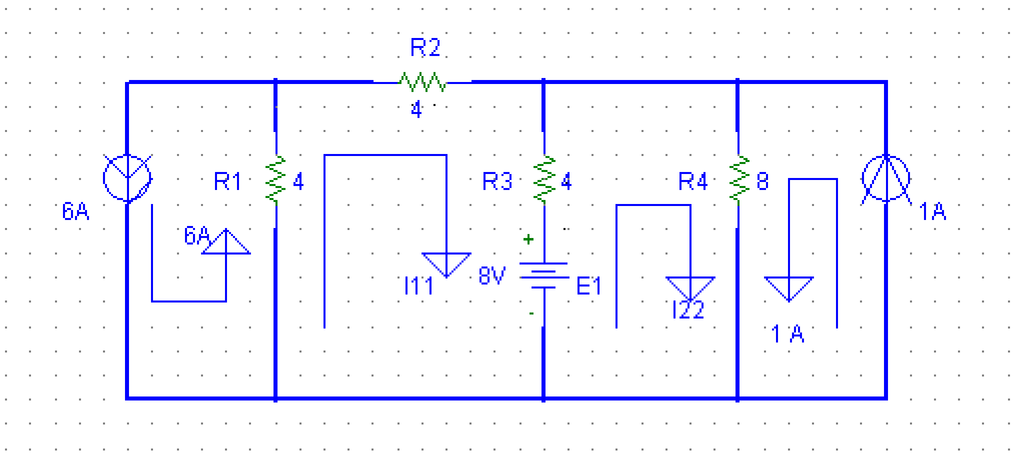
$$I_B = \frac{\begin{bmatrix} 30 & 10 & 0 \\ -10 & 0 & -20 \\ 0 & -20 & 35 \end{bmatrix}}{\Delta}$$

$$I_C = \frac{\begin{bmatrix} 30 & -10 & 10 \\ -10 & 55 & 0 \\ 0 & -20 & -20 \end{bmatrix}}{\Delta}$$

يترك للطالب حساب الاجوبة المطلوبة .

مثال :

اوجد التيارات في الفروع للدارة المبينة في الشكل القيم معطاة على الشكل.



الحل :

نلاحظ ان الدارة تتألف من اربعة حلقات اثنتان منهما معروفة مسبقا التيارات فيها لانها تحتوي على منابع التيار في الفروع الخارجية ، لذا نحتاج الى كتابة معادلتي الحلقتين الاولى والثانية فقط .

الحلقة الاولى :

$$-8 = 4(I_{11} +6) +4I_{11} + 4 (I_{11}-I_{22})$$

الحلقة الثانية :

$$8 = -4I_{11} + 12I_{22} + 8*1$$

بالترتيب نحصل على ما يلي :

$$-8= 12I_{11} -4I_{22} +24 \rightarrow -32=12I_{11} -4I_{22}$$

$$8 = -4I_{11} + 12 I_{22} +8 \rightarrow 0 = -4I_{11} + 12I_{22}$$

بحل المعادلتين نحصل على ما يلي :

بضرب المعادلة الثانية ب ٣ وجمع المعادلتين نحصل على :

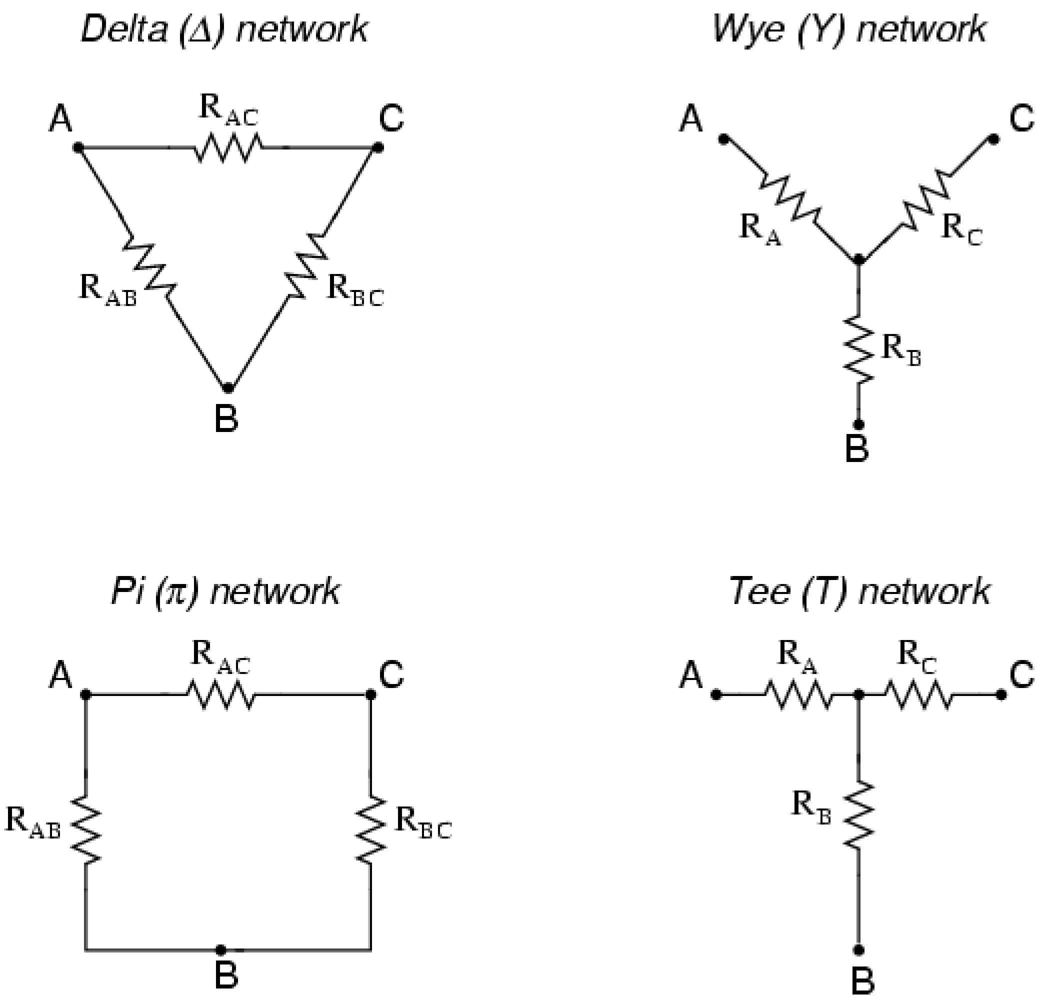
$$-32 = 32 I_{22} \rightarrow I_{22} = -1 \text{ A}$$

بالتعويض في المعادلة الثانية نحصل على :

$$I_{11} = -3 \text{ A}$$

التحويل المثلثي الى النجمي (Δ الى Y) وبالعكس .

يعد الوصل المثلثي والوصل النجمي للمقاوامات من اكثر الحالات التي تواجه الدارس اثناء تحليل الدارات الكهربائية الشكل (١) .



الشكل (١)

وتحويل الشكل المثلثي الى النجمي وبالعكس قد يساعد في كثير من الاحيان على تسهيل تحليل الدارة . فيما يلي نكتب العلاقات التي تسمح بتحويل المثلثي الى النجمي وبالعكس . :

To convert a Delta (Δ) to a Wye (Y)

$$R_A = \frac{R_{AB}R_{AC}}{R_{AB}+R_{AC}+R_{BC}}$$

$$R_B = \frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{AB}+R_{AC}+R_{BC}}$$

$$R_C = \frac{R_{AC}R_{BC}}{R_{AB}+R_{AC}+R_{BC}}$$

To convert a Wye (Y) to a Delta (Δ)

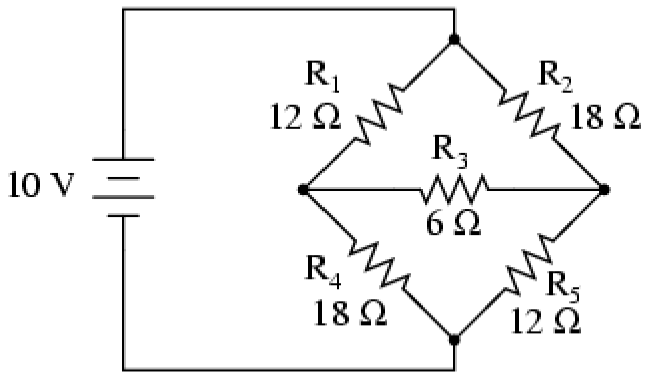
$$R_{AB} = \frac{R_AR_B+R_AR_C+R_BR_C}{R_C}$$

$$R_{BC} = \frac{R_AR_B+R_AR_C+R_BR_C}{R_A}$$

$$R_{AC} = \frac{R_AR_B+R_AR_C+R_BR_C}{R_B}$$

مثال :

اوجد التيارات في المقاومات الموجودة في الشكل (٢) باستخدام طريقة نجمي – مثلثي او مثلثي – نجمي .

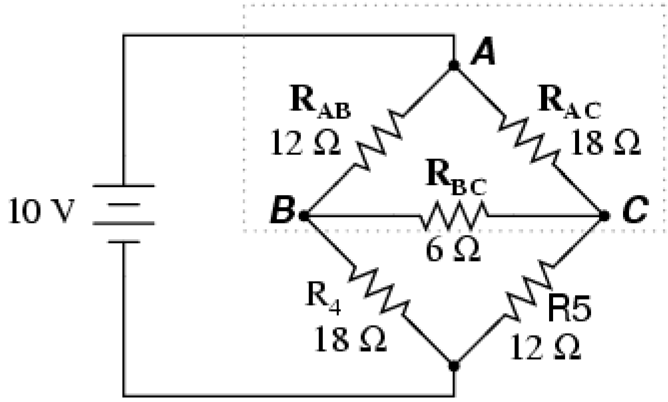


الشكل (٢)

الحل :

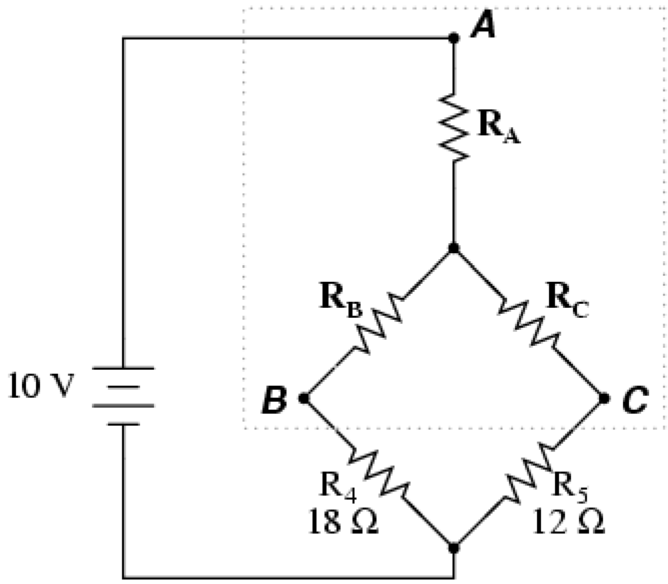
نحول الشكل المثلثي للمقاومات R_1 ، R_2 ، R_3 الى الشكل النجمي كما في الشكل (٣) .

Selecting Delta (Δ) network to convert:



بعد التحويل نحصل الشكل التالي :

Δ converted to a Y



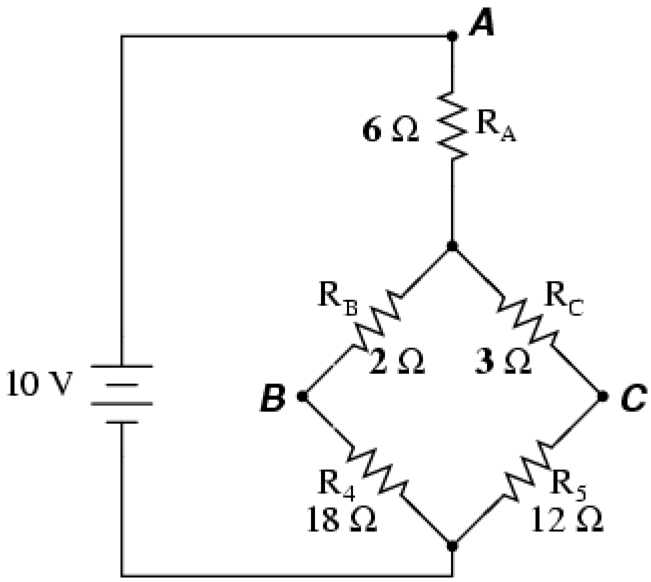
حيث قيم المقاومات R_A ، R_B ، R_C يتم حسابها بواسطة العلاقات التالية :

$$R_A = \frac{(12\ \Omega)(18\ \Omega)}{(12\ \Omega) + (18\ \Omega) + (6\ \Omega)} = \frac{216}{36} = \mathbf{6\ \Omega}$$

$$R_B = \frac{(12\ \Omega)(6\ \Omega)}{(12\ \Omega) + (18\ \Omega) + (6\ \Omega)} = \frac{72}{36} = \mathbf{2\ \Omega}$$

$$R_C = \frac{(18\ \Omega)(6\ \Omega)}{(12\ \Omega) + (18\ \Omega) + (6\ \Omega)} = \frac{108}{36} = \mathbf{3\ \Omega}$$

نثبت هذه القيم على الشكل التالي :



باستخدام خصائص الدارات التسلسلية والتفرعية نحسب التيارات والتوترات في الفروع ، من الشكل نلاحظ ان المقاومتين R_B و R_4 موصولتين على التسلسل نفس الشيئ بالنسبة للمقاومتين R_C و R_5 ، وكلا المجموعتين موصولتين على التفرع .
بناء على ذلك نحسب المقاومة المكافئة لهذه المجموعتين ونحصل على مايلي :

$$R_B + R_4 = 2 + 18 = 20\Omega$$
$$R_C + R_5 = 3 + 12 = 15\Omega$$
$$\frac{(R_B + R_4) * (R_C + R_5)}{(R_B + R_4) + (R_C + R_5)} = 8.571\Omega$$
$$R_T = 8.571 + 6 = 14.571\Omega$$

والتيار الكلي حسب قانون اوم مساويا الى :

$$I_T = \frac{E}{R_T} = \frac{10}{14.571} = 686.27mA$$

هذا التيار ينقسم في المجموعتين (R_B و R_4) ، (R_C و R_5) الموصولتين على التفرع حسب قاعدة مقسم التيار كما يلي :

$$I_{15} = I_T \frac{R_{20}}{R_{20} + R_{15}} = 686.27 \frac{20}{35} = 394.12mA$$

$$I_{20} = I_T \frac{R_{15}}{R_{20} + R_{15}} = 686.27 \frac{15}{35} = 292.16mA$$

هبوط التوتر على المقاومة R_4 حسب قانون اوم .

$$V_4=I_{20}*R_4=0.29216*18=5.294 \text{ V}$$

وهبوط التوتر على المقاومة R_5 حسب قانون اوم .

$$V_5=I_{15}*R_5=0.39412*15=4.706 \text{ V}$$

$$V_{AB}=E-V_4=10-5.294=4.706 \text{ V}$$

$$V_{AC}= E-V_5=10-4.706=5.294 \text{ V}$$

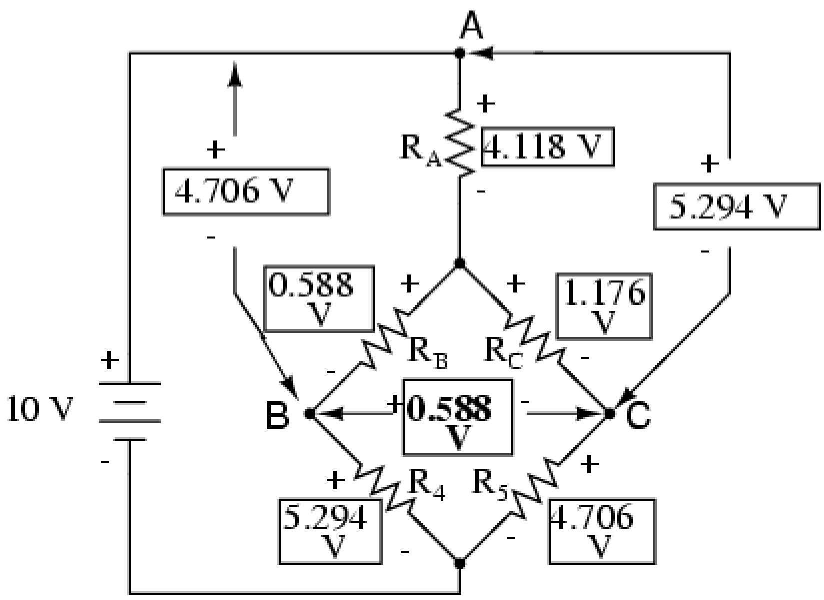
هبوط التوتر على المقاومة R_A مساو الى

$$V_A=R_A*I_T= 6*0.686 = 4.118 \text{ V}$$

التوتر V_{BC} يعطى كما يلي :

$$V_{BC}=V_4-V_5=5.294-4.706=0.588 \text{ V}$$

تم تثبيت هذه القيم على الشكل التالي :



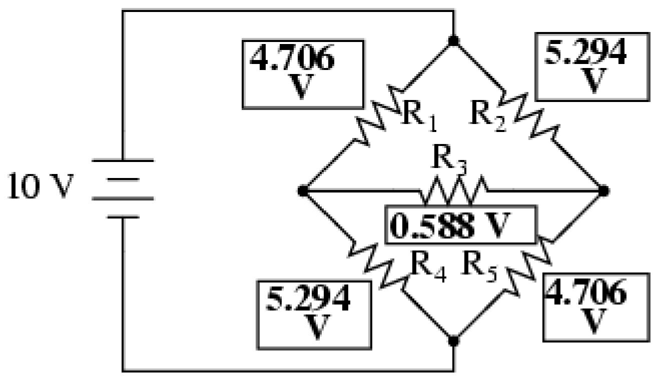
نلاحظ من الشكل ما يلي :

$$V_{R1}=V_{AB}=4.706\ \ V$$

$$V_{R2}=V_{AC}=5.294\ V$$

$$V_{R3}=V_{BC}=0.588\ V$$

ونثبت هذه القيم على الشكل الاساسي :



وبتطبيق قانون اوم نوحصل على التيارات في جميع الفروع .

$$I_{R1}=\frac{4.706\ V}{12\ \Omega}=392.16\ mA$$

$$I_{R2}=\frac{5.294\ V}{18\ \Omega}=294.12\ mA$$

$$I_{R3}=\frac{588.24\ mV}{6\ \Omega}=98.04\ mA$$

$$I_{R4}=\frac{5.294\ V}{18\ \Omega}=294.12\ mA$$

$$I_{R5}=\frac{4.706\ V}{12\ \Omega}=392.16\ mA$$

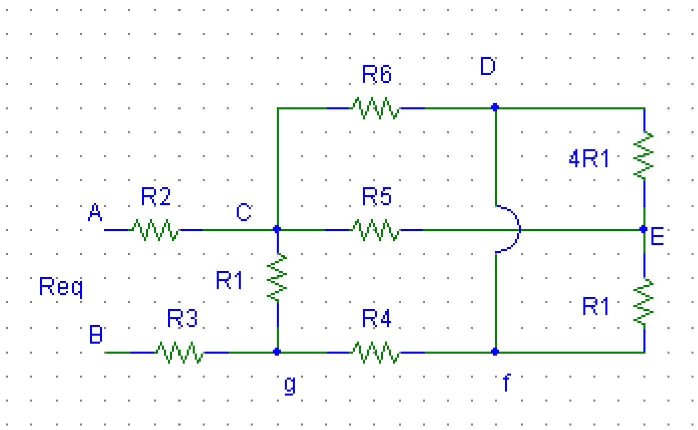
وهو المطلوب .

مثال :

احسب المقاومة المكافئة R_{eq} للدارة المبينة في الشكل حيث:

$R_4= 80\Omega$، $R_3=30\Omega$ ، $R_2= 10\Omega$، $R_1=100\Omega$

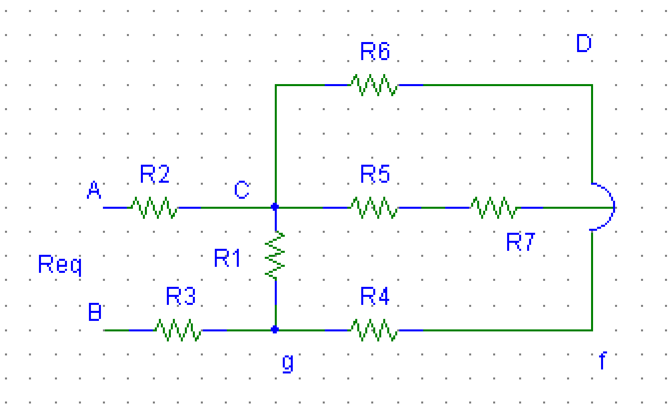
. $R_6= 25\Omega$، $R_5=20\Omega$



الحل:

بملاحظة ان النقطة f هي نفس النقطة D وان المقاومتين R_1 و $4R_1$ مربوطتان على التفرع بحساب المقاومة المكافئة لهما يتحول الشكل الى التالي :

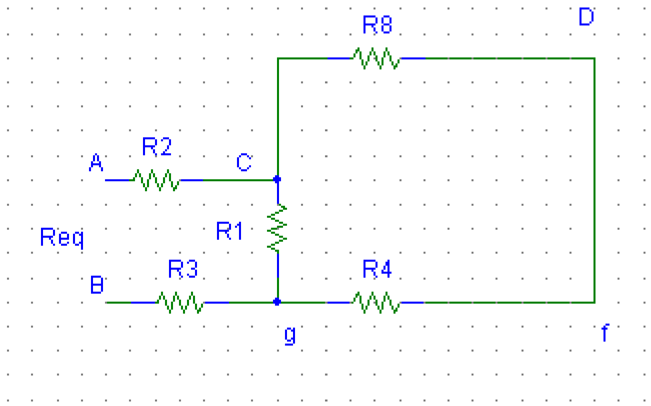
$$R_7 = \frac{R_1 * 4R_1}{R_1 + 4R_1} = \frac{100 * 400}{100 + 400} = 80\Omega$$



بالاخذ بعين الاعتبار ان R_7 على التسلسل مع R_5 وان هاتين المقاومتين على التفرع مع المقاومة R_6 وبحساب المقاومة المكافئة لهذه المجموعة R_8 نحصل على الشكل

التالي :

$$R_8 = \frac{R_6(R_7 + R_5)}{R_6 + R_5 + R_7} = \frac{25(20+80)}{25+(20+80)} = 20\Omega$$



وحسب الشكل الاخير نلاحظ ان المقاومتين R_8 و R_4 على التسلسل وهما على التفرع مع R_1 ومحصلة هذه المجموعة على التسلسل مع المقاومتين R_2 و R_3 وبناء على ذلك نكتب ما يلي :

$$R_{eq} = R_2 + \frac{R_1(R_8 + R_4)}{R_1 + R_8 + R_4} + R_3$$

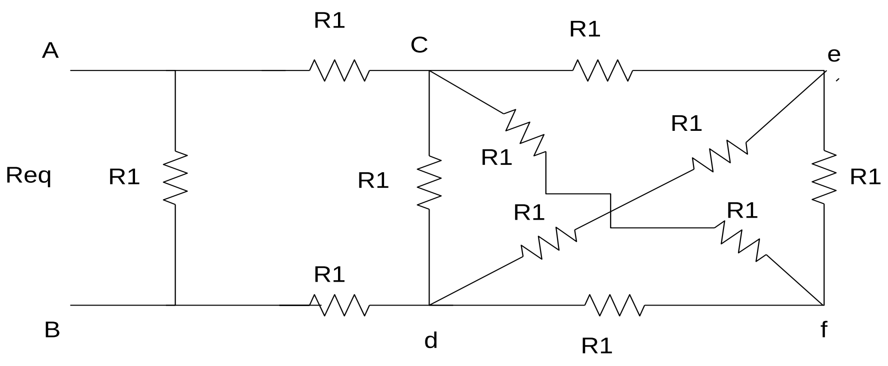
$$= 10 + \frac{100(20+80)}{100+(20+80)} + 30 = 90\Omega$$

و هو المطلوب .

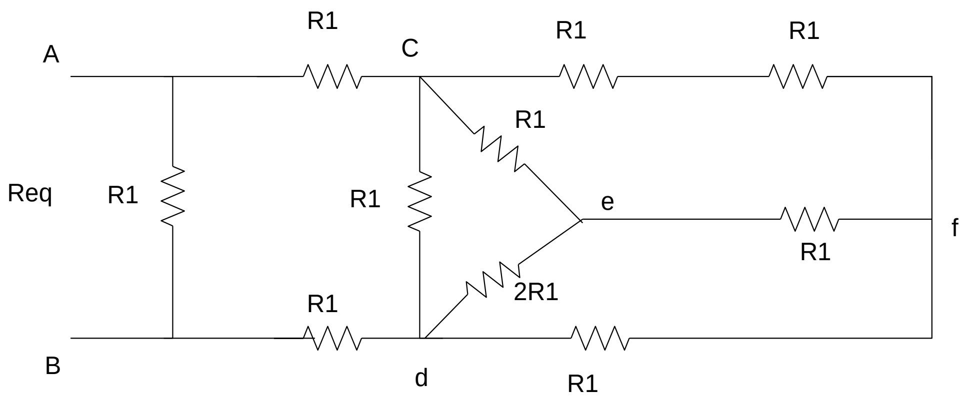
مثال :

احسب المقاومة المكافئة R_{eq} للدارة المبينة في الشكل حيث:

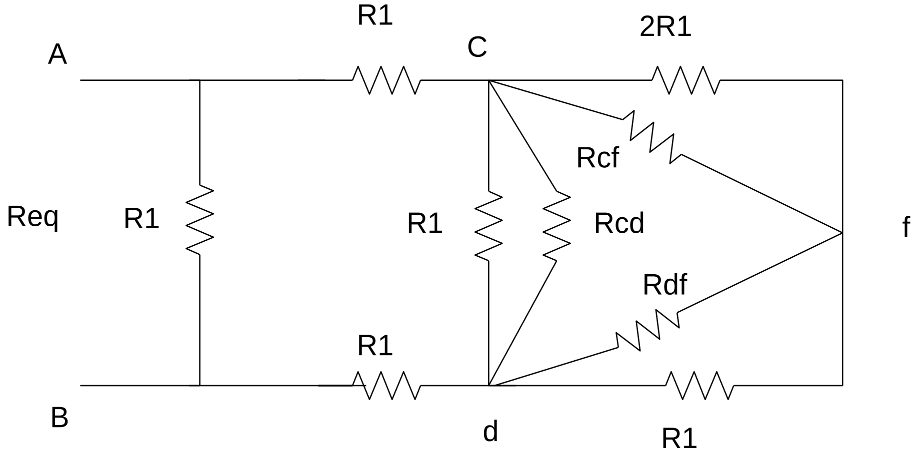
، $R_1 = 100\Omega$



باعادة الرسم نحصل على الشكل التالي :



من الشكل نلاحظ ان fcd موصول بشكل نجمي بتحويله الى المثلثي حسب علاقات التحويل من النجمي الى المثلثي نحصل على الشكل التالي :



حيث :

$$R_{cd} = R_1 + 2R_1 + \frac{R_1.2R_1}{R_1}$$

$$R_{cd} = 100 + 200 + \frac{100*200}{100} = 500\Omega$$

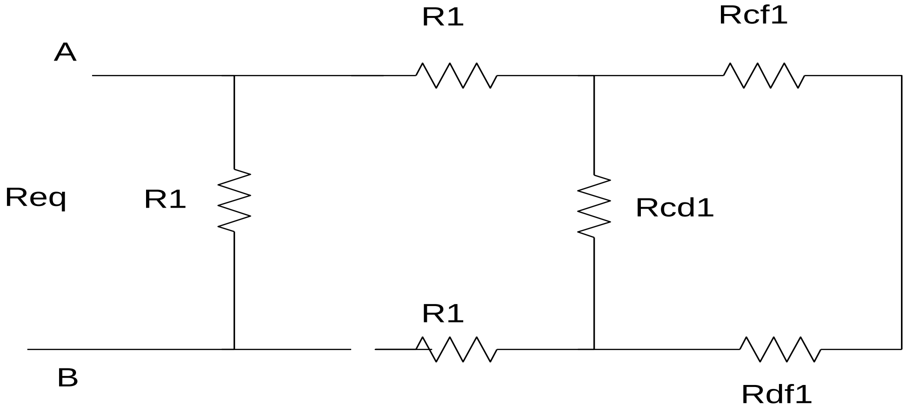
$$R_{cf} = R_1 + R_1 + \frac{R_1.R_1}{2R_1}$$

$$R_{cf} = 100+100+\frac{100*100}{200} = 250\Omega$$

$$R_{df} = R_1 + 2R_1 + \frac{R_1.2R_1}{R_1}$$

$$R_{df} = 100+200+\frac{100*200}{100} = 500\Omega$$

من الشكل السابق نلاحظ ان المقاومتين R_{cf} و $2R_1$ موصولتان على التفرع ونفس شيئ بالنسبة للمقاومتين R_1 و R_{df} وكذلك R_1 و Rcd وبحساب المقاومات المكافئة لهذه العناصر تصبح الدارة كما يلي :



حيث :

$$R_{cf1} = \frac{2R_1 * R_{cf}}{2R_1 + R_{cf}}$$

$$R_{cf1} = \frac{200*250}{200+250} = 111.11\Omega$$

$$R_{cd1} = \frac{R_1 * R_{cd}}{R_1 + R_{cd}}$$

$$R_{cd1} = \frac{100*500}{100+500} = 83.33\Omega$$

$$R_{df1} = \frac{R_1 * R_{df}}{R_1 + R_{df}}$$

$$R_{df1} = \frac{100*500}{100+500} = 83.33\Omega$$

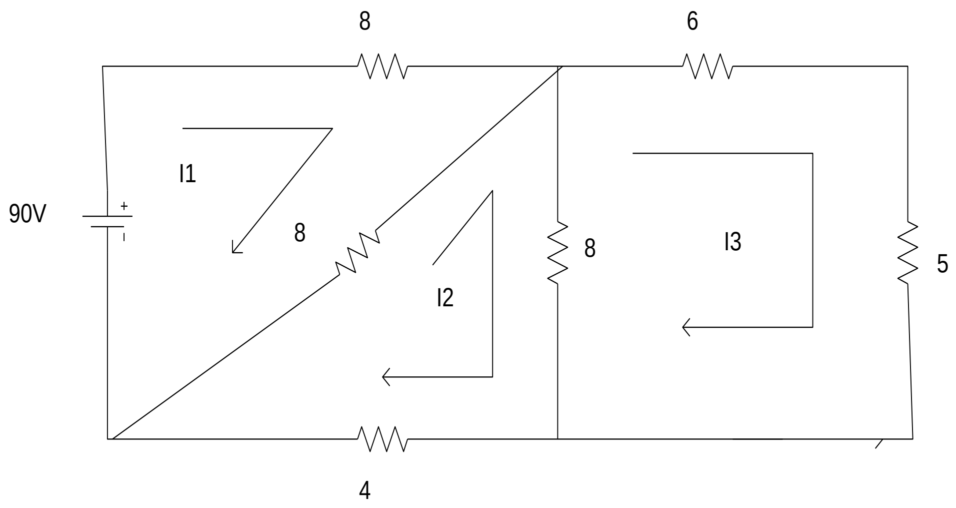
وحسب الشكل الاخير نلاحظ ان المقاومتين R_{cf1} و Rdf1 على التسلسل والمقاومة المكافئة لهما هي R_{cdf} ومساويا الى :

$$R_{cdf} = R_{df1} + R_{cf1} = 83.33 + 111.11 = 194.44\Omega$$

المقاومة R_{cdf} والمقاومة R_{cd1} موصولتان على التفرع المقاومة المكافئة لهما موصولة على التسلسل مع المقاومتين R_1 محصلة هذه المجموعة موصولة على التفرع مع المقاومة R_1 كما في الشكل ، المقاومة المكافئة النهائية مساويا الى $R_{eq} = 72.1\ \Omega$ وعلى الطالب التأكد من النتيجة .

مثال :

احسب التيار المار في المقاومة 5Ω ، القيم معطاة على الشكل .



الحل :

بكتابة معادلات الحلقات نحصل على ما يلي :

الحلقة الاولى :

$$90-8I_1-8(I_1-I_2)=0$$

الحلقة الثانية :

$$4I_2+8(I_2-I_1)+8(I_2-I_3)=0$$

الحلقة الثالثة :

$$6I_3+5I_3+8(I_3-I_2)=0$$

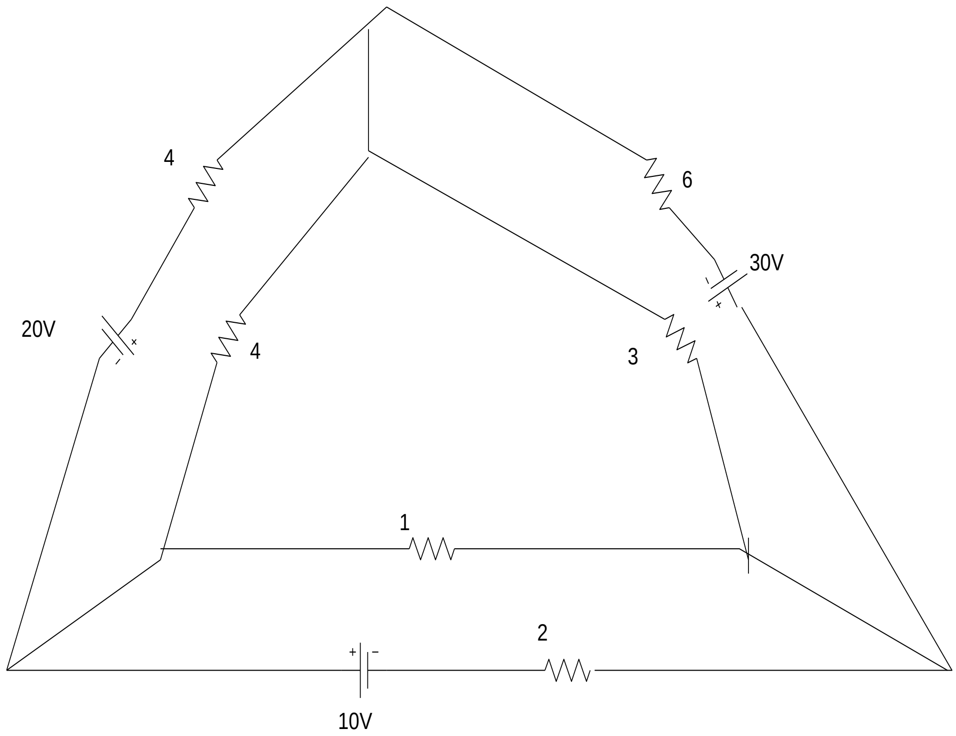
وتبسيط هذه المعادلات نحصل على ما يلي :

$$8I_1-8I_2= 45$$
$$-2I_1+5I_2-2I_3=0$$
$$-8I_2+19I_3=0$$

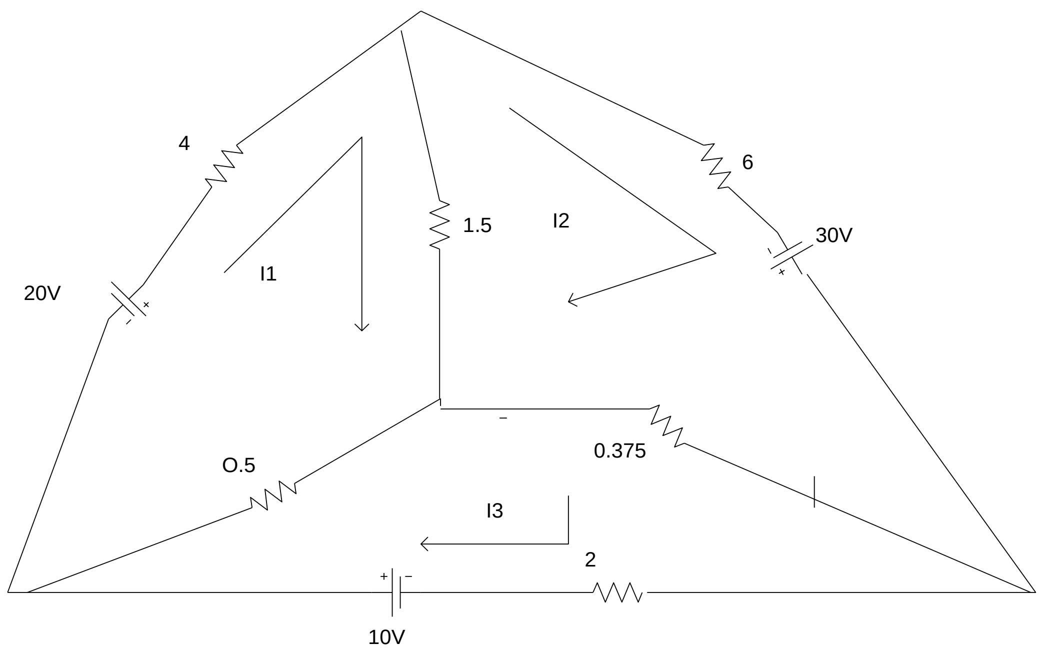
وعند حلها نحصل على $I_3 = 1.5\ A$ وهو التيار المار في المقاومة 5Ω .

مثال :

احسب التيار المار في المقاومة 2Ω القيم معطاة على الشكل .



الحل :
نقوم اولا بتحويل المقاومات الموصولة بشكل مثلثي الى شكل نجمي مكافئ باستخدام العلاقات المناسبة لهذا التحويل ، والشكل التالي يبين ذلك .



وبكتابة معادلات الحلقات نحصل على ما يلي :
الحلقة الاولى :

$$6I_1-1.5I_2-0.5I_3 = 20$$

الحلقة الثانية :

$$-1.5I_1+7.875I_2-0.375I_3 = 30$$

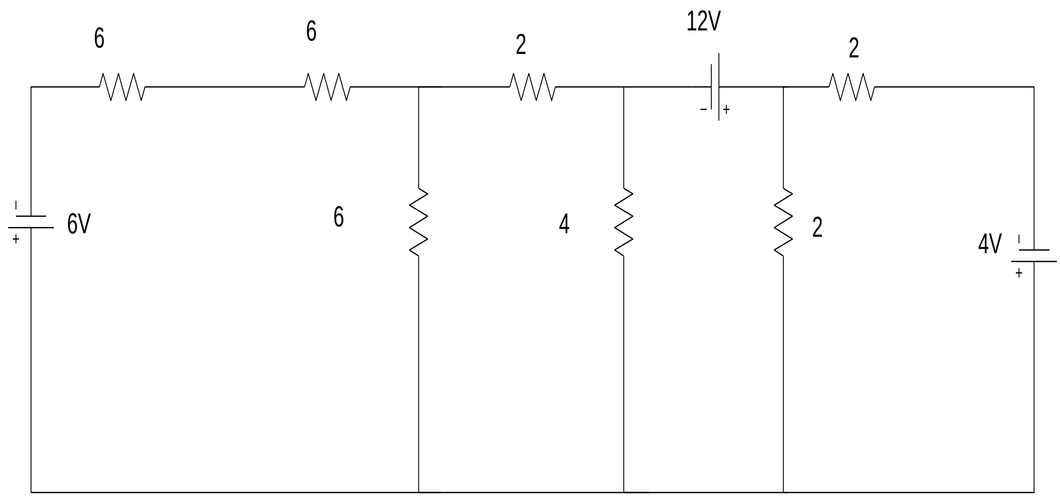
الحلقة الثالثة :

$$-0.5I_1-0.375I_2+2.875I_3 = 10$$

بحل معادلات الثلاث نحصل على التيار $I_3= 5\ A$ وهو التيار المار في المقاومة 2Ω .

مثال :

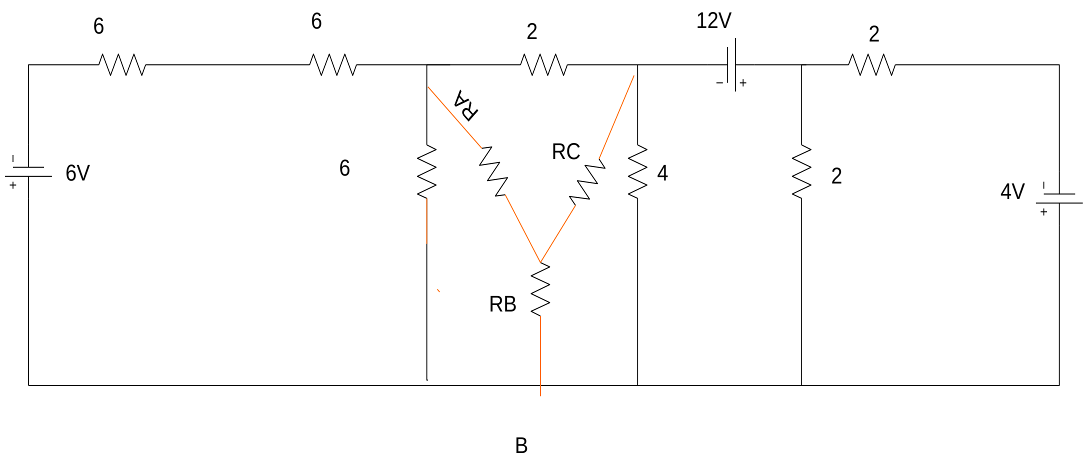
احسب الاستطاعة الصادرة من المنبع $12\ V$ القيم معطاة على الشكل بالاوم :



A

الحل :

نلاحظ من الشكل ان المقاومات الثلاث (2,4,6) موصولة بشكل مثلثي ، لسهولة الحل نحول هذه المعادلات الى الوصل النجمي كما في الشكل B.



B

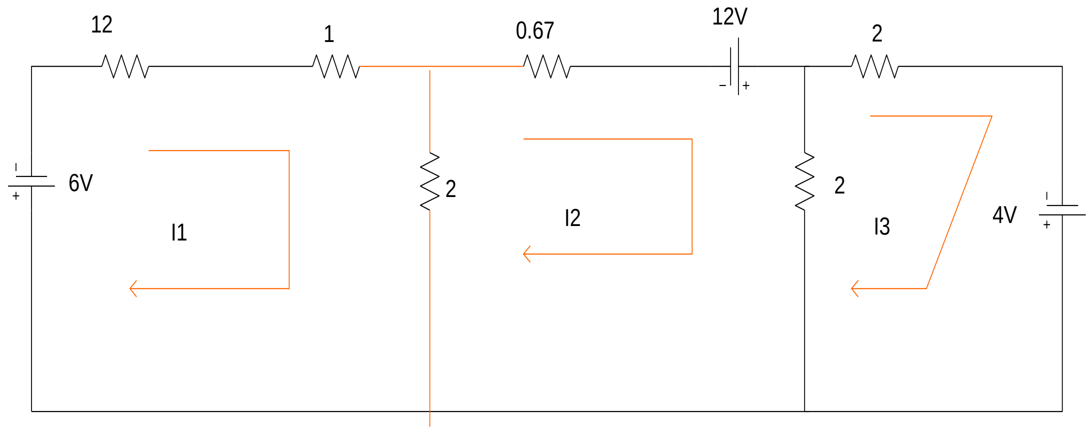
بالاستفادة من علاقات التحويل من المثلثي الى النجمي نحصل على القيم التالية :

$$R_a = \frac{2*6}{2+6+4} = 1\Omega$$

$$R_b = \frac{4*6}{2+6+4} = 2\Omega$$

$$R_c = \frac{2*8}{2+6+4} = 0.67\Omega$$

نثبت هذه القيم على الشكل المكافئ كما في الشكل C .



C

ومن الشكل الاخير وبالاستفادة من قانون كيرشوف الثاني (الجهود) نكتب علاقات الحلقات التالية :

الحلقة الاولى :

$$-6=15I_1-2I_2$$

الحلقة الثانية :

$$12=4.67I_2-2I_1-2I_3$$

الحلقة الثالثة :

$$4=4I_3-2I_2$$

بحل المعادلات الثلاث نحصل على قيمة التيار $I_2=3.88A$ الذي يعطيه المنبع 12V ، وبالتالي الاستطاعة الصادرة من المنبع مساويا الى :

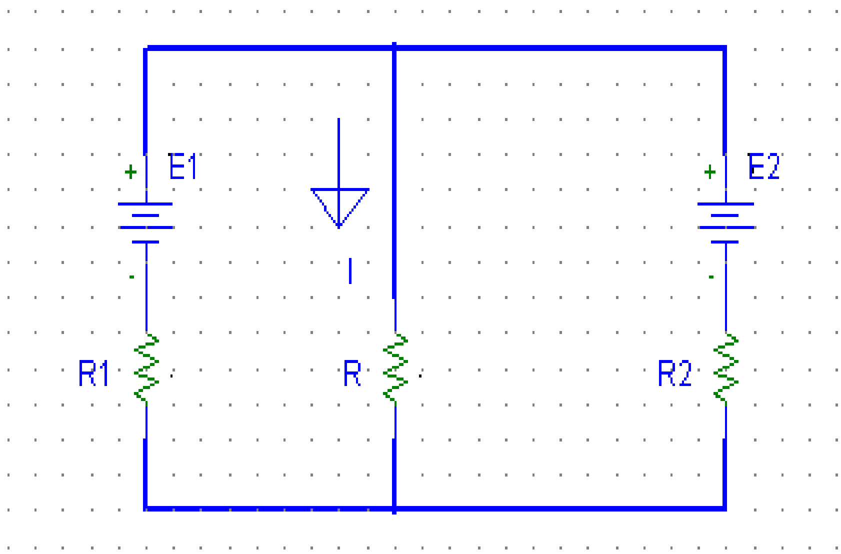
$$P_{12V}=V*I_2 = 12*3.88= 46.56 \text{ W}$$

و هو المطلوب .

نظرية التنضد Superposition Theory

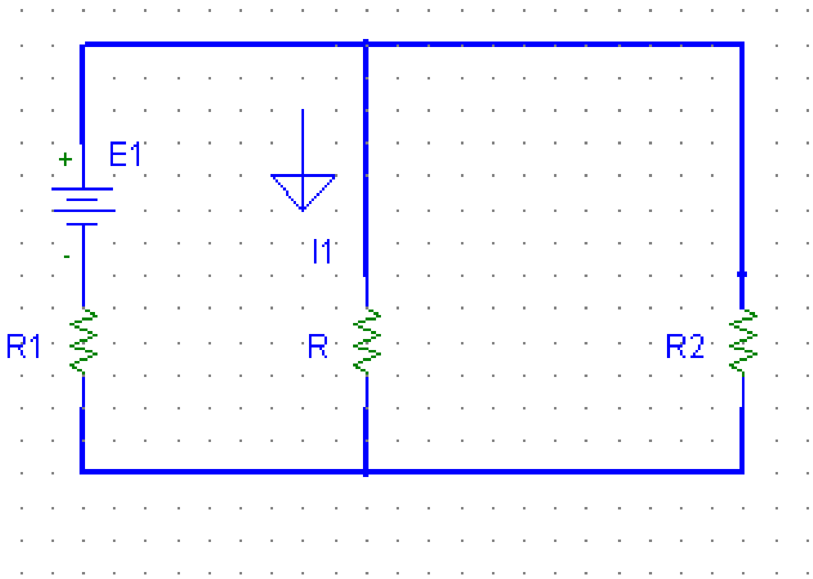
تنص نظرية التنضد على ان التيار المار في اي فرع من فروع دارة كهربائية تحتوي على اكثر من منبع للطاقة الكهربائية (منبع جهد او منبع التيار) يساوي الى المجموع الجبري للتيارات المارة في ذلك الفرع حين تعمل كل منبع من منابع الدارة على انفراد مع الاخذ بعين الاعتبار ان منبع الجهد تقصر وتسبدل بمقاومتها الداخلية ان وجدت اما منبع التيار فتفتح عند تطبيق مراحل حساب التيارات الجزئية .

لتوضيح ذلك نأخذ الشكل التالي :



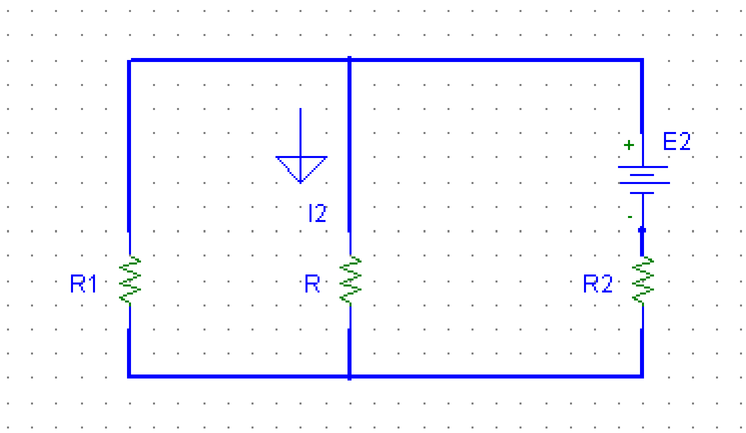
لحساب التيار I المار في المقاومة R بطريقة التنضد نتبع ما يلي :

- يقصر المنبع E_2 كما في الشكل التالي :



يحسب التيار I_1 المار في المقاومة R بوجود المنبع E_1 فقط في الدارة بطريقة مقسم التيار حسب العلاقة التالية :

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1 + \frac{R * R_2}{R + R_2}} * \frac{R_2}{R + R_2}$$



يحسب التيار I_2 المار في المقاومة R بوجود المنبع E_2 فقط في الدارة بطريقة مقسم التيار حسب العلاقة التالية :

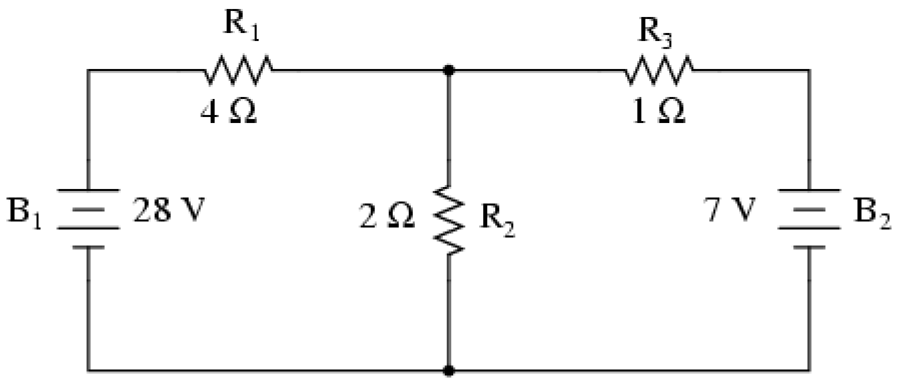
$$I_2 = \frac{E_2}{R_2 + \frac{R * R_1}{R + R_1}} * \frac{R_1}{R + R_1}$$

ان التيار I المار في المقاومة R بوجود المنبعين يساوي الى المجموع الجبري للتيارين I_1 ، I_2 وبما ان في المثال السابق اتجاه التيارين نفس الاتجاه لذلك التيتر الكلي يساوي الى مجموع التيارين .

$$I = I_1 + I_2$$

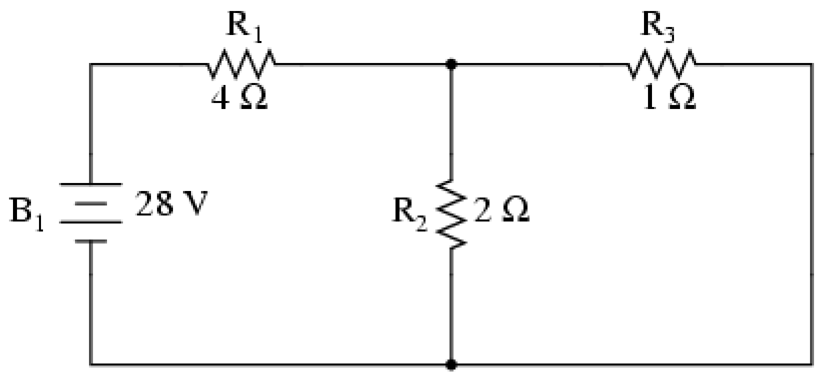
مثال :

احسب التيار المار في المقاومة R2 بطريقة التنضد القيم معطاة على الشكل .



الحل :

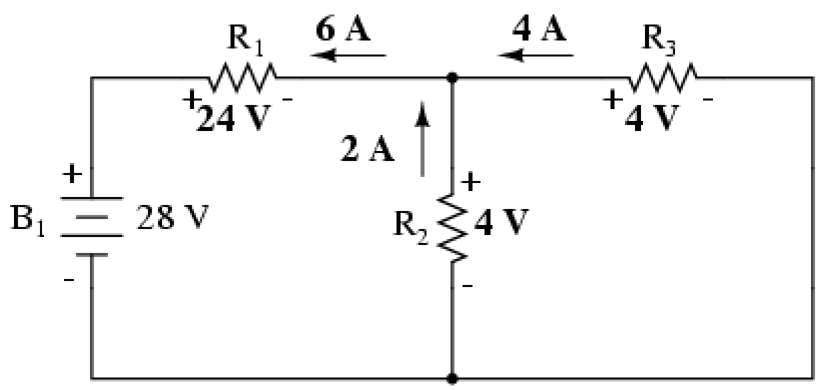
نوجد التيار المار في المقاومة R_2 بعد قصر المنبع B_2 والابقاء على بقية المنابع كما في الشكل التالي :



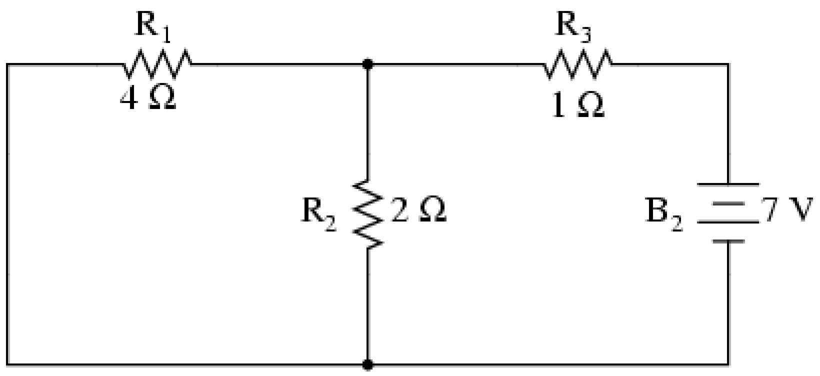
نحسب المقاومة المكافئة للدارة ومنه نحسب التيار الكلي والتيار المار في المقاومة R_2 كما في الجدول التالي :

	R_1	R_2	R_3	$R_2//R_3$	$R_1 + R_2//R_3$ Total	
E	24	4	4	4	28	Volts
I	6	2	4	6	6	Amps
R	4	2	1	0.667	4.667	Ohms

نثبت هذه القيم الشكل التالي :
مع الملاحظة ان اتجاه التيارات باتجاه معاكس .



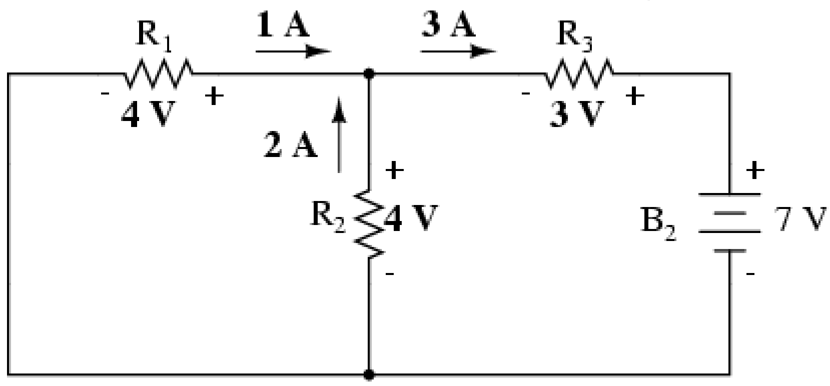
نعيد عملية حساب التيارات في الفروع بوجود المنبع B_2 ، وقصر المنبع B_1 كما في الشكل التالي :



ونضع نتائج الحساب في الجدول التالي :

	R_1	R_2	R_3	$R_1//R_2$	$R_3 + R_1//R_2$ Total	
E	4	4	3	4	7	Volts
I	1	2	3	3	3	Amps
R	4	2	1	1.333	2.333	Ohms

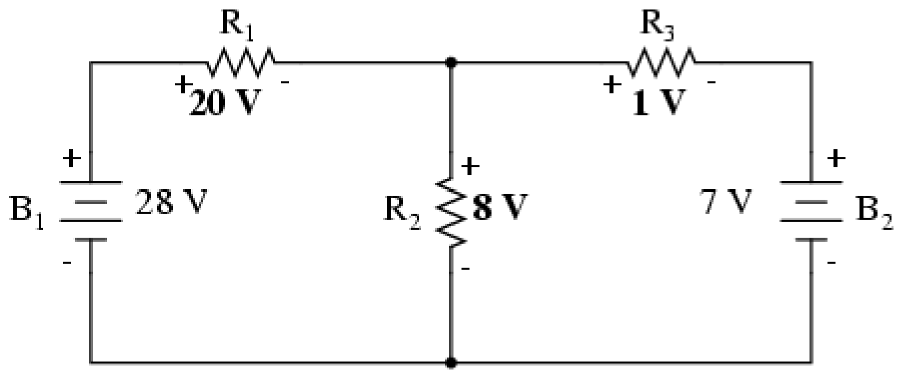
ونثبت هذه النتائج على الشكل التالي :
ملاحظة مع الاخذ بعين الاعتبار ان اتجاه التيارات باتجاه معاكس .



وتكون هبوطات الجهد الكلية بوجود المنبعين تعطى كما في الجدول التالي :

With 28 V battery	*With 7 V battery*	*With both batteries*
24 V + - E_{R1}	4 V - + E_{R1}	**20 V** E_{R1} + - *24 V - 4 V = 20 V*
E_{R2} + 4 V -	E_{R2} + 4 V -	E_{R2} + **8 V** - *4 V + 4 V = 8 V*
4 V + - E_{R3}	3 V - + E_{R3}	**1 V** E_{R3} + - *4 V - 3 V = 1 V*

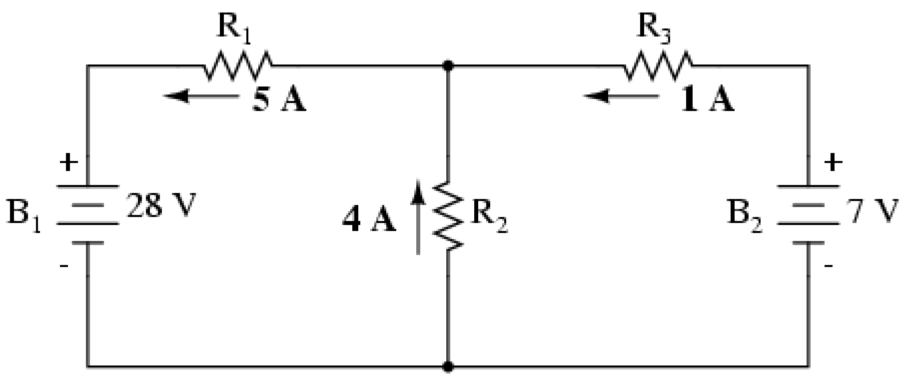
ونثبت هذه القيم على الشكل التالي :



ويكون التيار المار في المقاومات بوجود المنبعين بعد الجمع الجبري لقيم التيارات لوجود كل منبع على حدة ، كما في الجدول التالي :

With 28 V battery	With 7 V battery	With both batteries
6 A I_{R1}	1 A I_{R1}	I_{R1} **5 A** *6 A - 1 A = 5 A*
I_{R2} 2 A	I_{R2} 2 A	I_{R2} **4 A** *2 A + 2 A = 4 A*
4 A I_{R3}	3 A I_{R3}	I_{R3} **1 A** *4 A - 3 A = 1 A*

نثبت هذه القيم على الشكل ويلاحظ من الشكل ان التيار في المقاومة R_2 يساوي الى مجموع التيارين المارين في المقاومة ، لان اتجاه التيارين نفس الاتجاه كما في الشكل التالي .

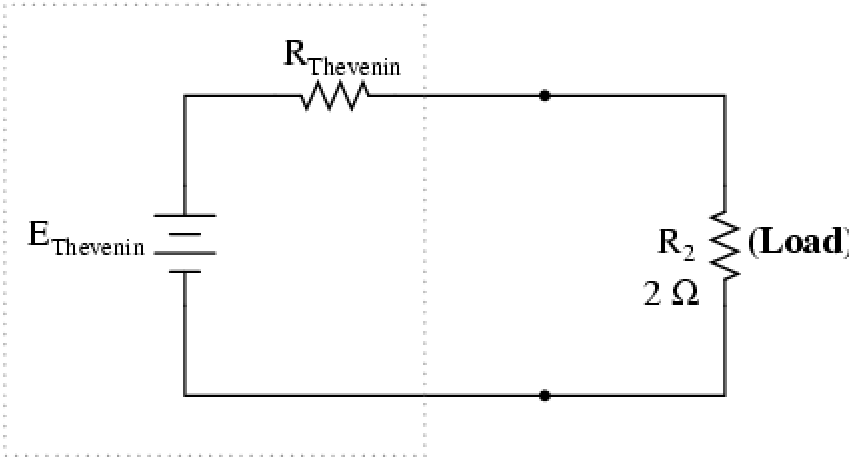


و هو المطلوب .

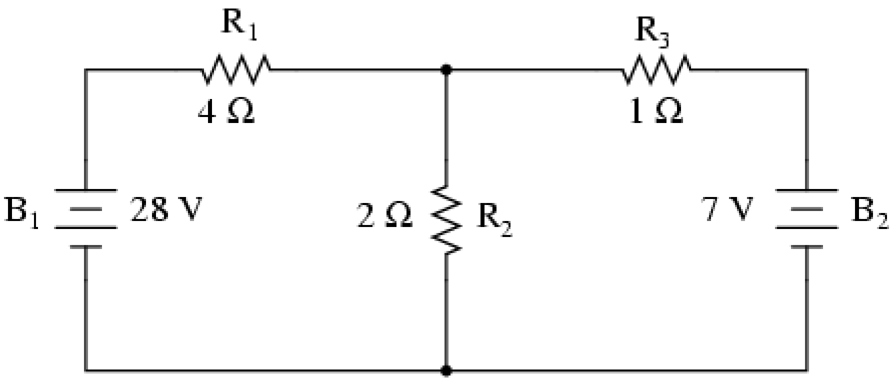
Thevenin's Theorem نظرية ثفينين

تستخدم نظرية ثيفينين في حساب التيار المار في فرع من دارة كهربائية ، ويتم ذلك بواسطة مكافئ ثفينين ، وهي عبارة عن (منبع) فرق كمون (الجهد) بين النقطتين E_{th} المراد حساب التيار المار بينهما ، وهذا المنبع موصول على التسلسل مع المقاومة المكافئة R_{th} للدارة بين النقطتين المذكورتين كما في الشكل .

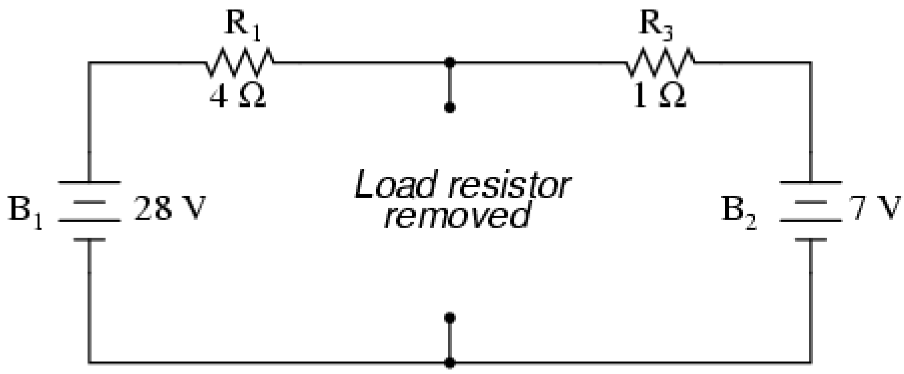
Thevenin Equivalent Circuit



لتوضيح النظرية نأخذ الشكل التالي والمطلوب حساب التيار المار في المقاومة R_2 نتبع الخطوات التالية :



• نحذف المقاومة R_2 المطلوب حساب التيار المار فيها كما في الشكل



نحسب التيار المار في الدارة وهبوط الجهد على المقاومات ونضع النتائج في الجدول التالي :

	R_1	R_3	Total	
E	16.8	4.2	21	Volts
I	4.2	4.2	4.2	Amps
R	4	1	5	Ohms

بناء على ذلك نحسب الجهد بين طرفي المقاومة المحذوفة كما يلي :

من طرف المنبع B_1

$$V_{R2} = 28 - 16.8 = 11.2\ V$$

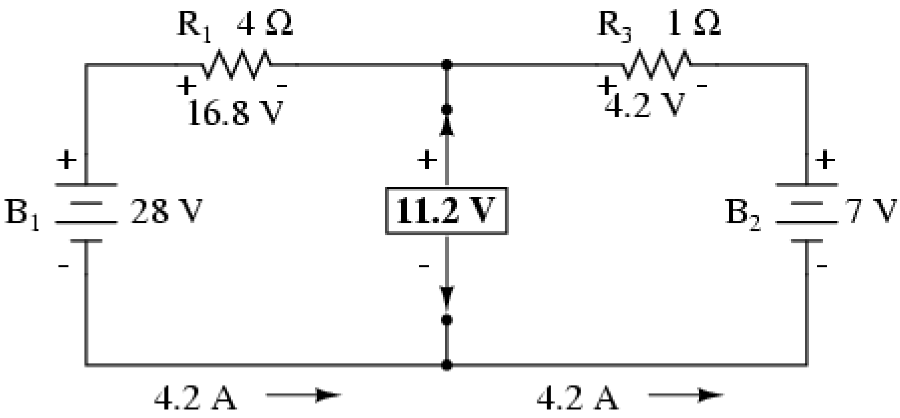
او من طرف المنبع B_2

$$V_{R2} = 7 + 4.2 = 11.2\ V$$

بناء على ذلك يكون جهد ثيفينين

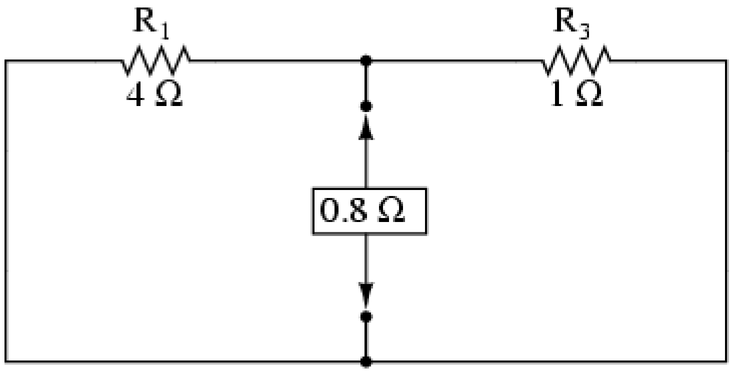
$$E_{th} = V_{R2} = 11.2\ V$$

ونضع النتائج على الشكل التالي :



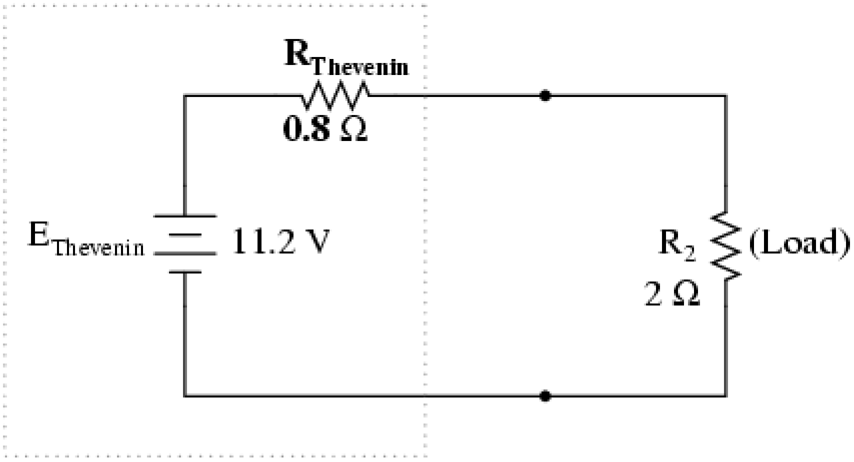
- نحسب المقاومة المكافئة للدارة بين نقطتي المقاومة المحذوفة ، بعد قصر منابع الجهد وفتح منابع التيار ان وجد ، كما في الشكل ، نلاحظ من الشكل ان المقاومتين موصولتان على التفرع .

$R_{TH}= R_1*R_3/R_1+R_3 = 0.8\ \Omega$



ونثبت النتائج في مكافئ ثيفينين التالي :

Thevenin Equivalent Circuit



- نحسب التيار المار في الدارة التسلسلية الناتجة كما يلي :

$$E_{TH} = I_{TH}\,(R_{TH} + R)$$

$$I_{TH} = \frac{E_{TH}}{R_{TH} + R}$$

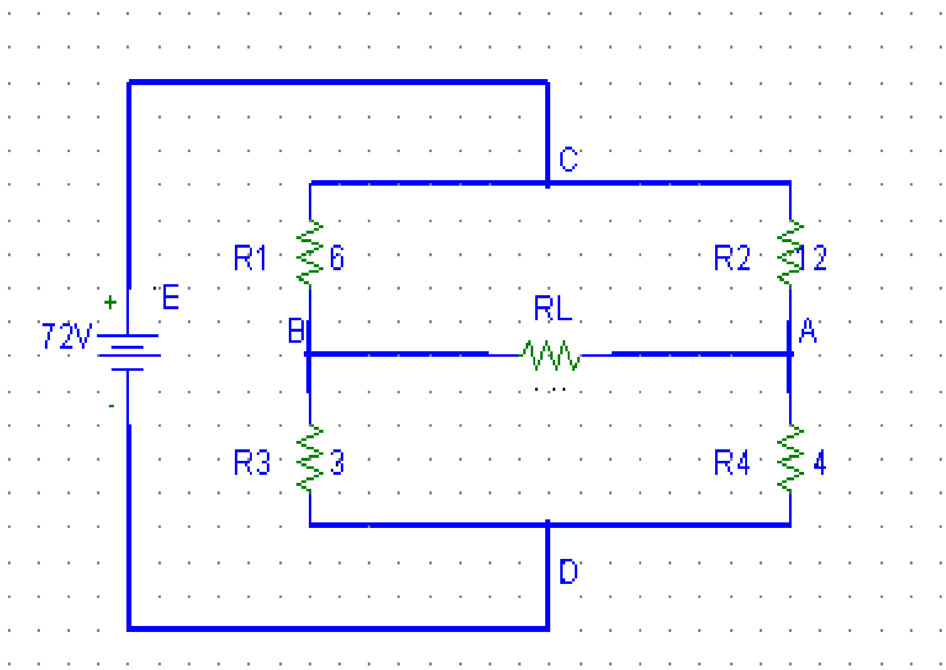
ونضع النتائج في الجدول التالي :

	$R_{Thevenin}$	R_{Load}	Total	
E	3.2	8	11.2	Volts
I	4	4	4	Amps
R	0.8	2	2.8	Ohms

نلاحظ ان التيار المار في المقاومة R_2 مساويا الى 4A .

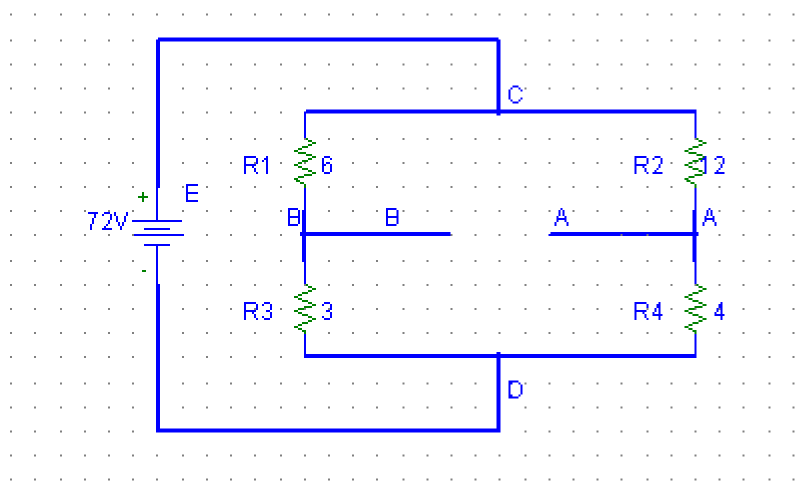
مثال :

اوجد مكافئ ثيفينين بين نقطتين A,B للدارة المبينة في الشكل القيم معطاة على الشكل .

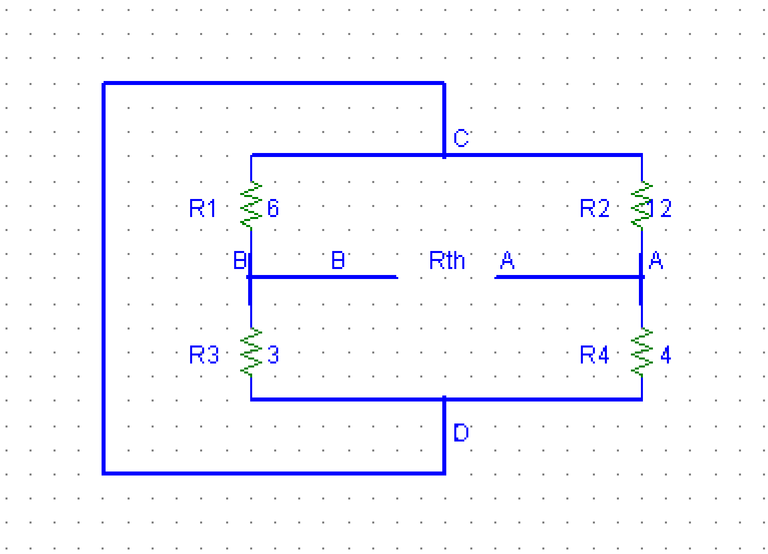


الحل :

نحذف المقاومة (R_L) بين النقطتين (A,B) كما هو مبين في الشكل التالي :



- الخطوة الاولى حساب المقاومة المكافئة R_{TH} بين النقطتين A,B بعد قصر منلبع الجهد (تعويضه بالمقاومة الداخلية ان وجدت) . كما في الشكل التالي :

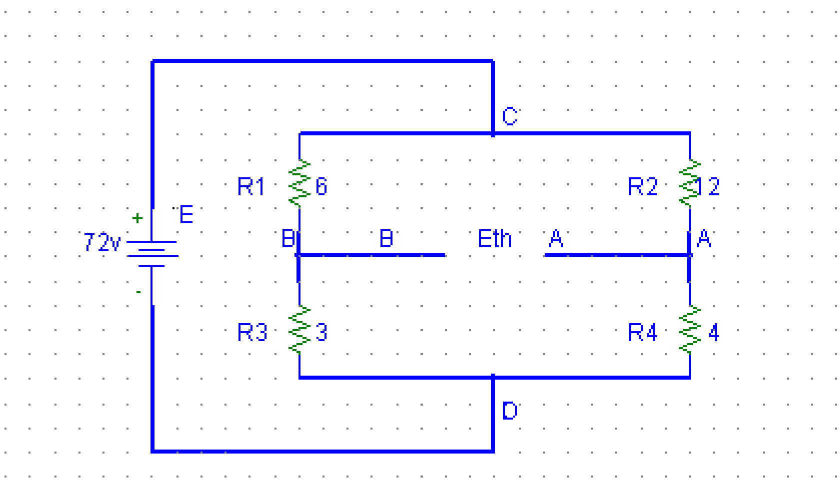


نلاحظ من الشكل ان النقطتين C,D منطبقتين بناء على ذلك تكون المقاومتين R_1,R_3 موصولتين على التفرع وكذلك المقاومتين R_2, R_4 موصولتين على التفرع ومحصلة كل منهما موصولتان على التسلسل ، المقاومة المكافئة تساوي :

$$R_{th} = \frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2 * R_4}{R_2 + R_4}$$

$$R_{th} = \frac{6*3}{6+3} + \frac{12*4}{12+4} = 2+3 = 5\Omega$$

- الخطوة الثانية حساب جهد (التوتر) E_{TH} ثفينين بين النقطتين A,B ويتم ذلك بعد اعادة رسم الدارة كما في الشكل التالي :



حيث ان الجهد E المطبق على المقاومتين (R_1,R_3) هو نفسه المطبق على المقاومتين (R_2,R_4) لذا نستخدم قاعدة مقسم الكمون (الجهد) لحساب الجهد المطبق على كل من المقاومتين R_2 . R_1 كما يلي :

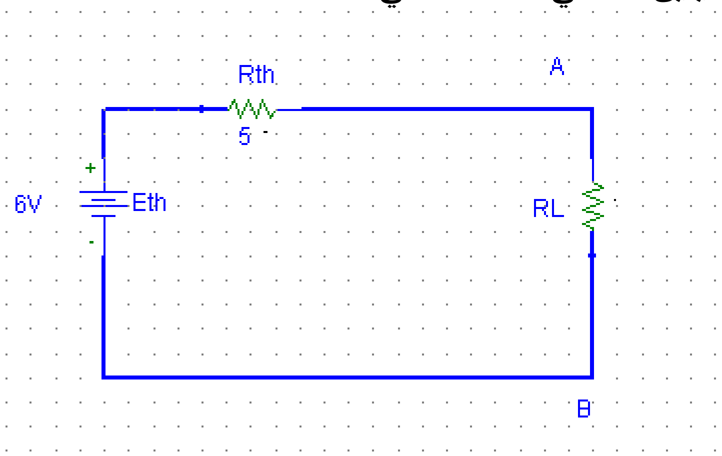
$$V_{R1} = E\frac{R_1}{R_1 + R_3} = 72\frac{6}{6+3} = 48V$$

$$V_{R2} = E\frac{R_2}{R_2 + R_4} = 72\frac{12}{12+4} = 54V$$

بتطبيق قانون كيرشوف الثاني للحلقة العلي نجد ان :

$$\sum V = 0 = E_{th} + V_{R1} - V_{R2} \Rightarrow$$
$$E_{th} = V_{R2} - V_{R1} = 54 - 48 = 6V$$

ويكون مكافئ ثفينين كما في الشكل التالي :

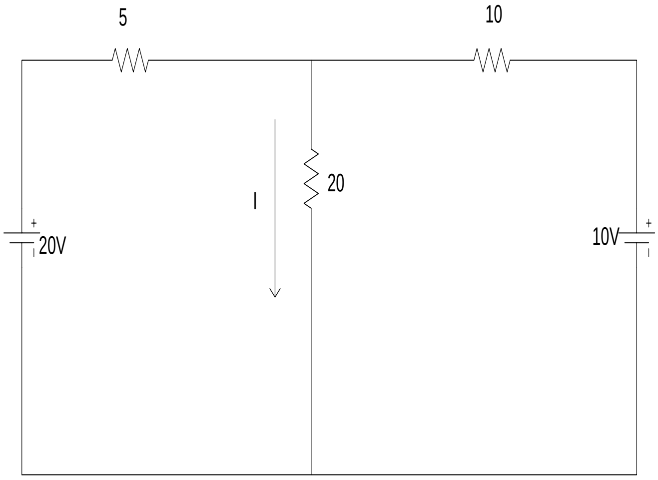


لنفرض ان المقاومة R_L=1 Ω فيكون التيار المار في هذه المقاومة بناء على نظرية ثيفينين مساويا الى

$I_{RL} = E_{TH}/ 5+1 = 6/6= 1A$

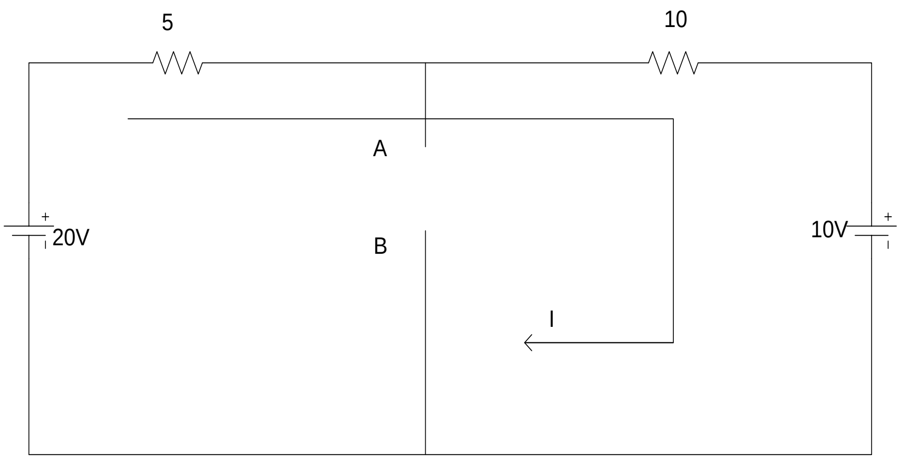
مثال :

احسب التيار (I) المار في المقاومة Ω 20 ، القيم معطاة على الشكل.



الحل :

نحذف المقاومة Ω 20 ونعيد رسم الدارة كما في الشكل التالي :



نلاحظ ان جهد ثفينين بين النقطتين A,B هو عبارة عن قيمة المنبع 10 V مضافا اليه هبوط الجهد الحاصل عبر المقاومة Ω 10 . او الى قيمة منبع الجهد 20V مطروحا منه قيمة هبوط الجهد على المقاومة Ω 5 ، لذا يجب حساب التيار المار في الشكل السابق كما يلي :

$$5*I + 10*I = 20-10 = 10$$

$$I = 10/15 = 0.667\ A$$

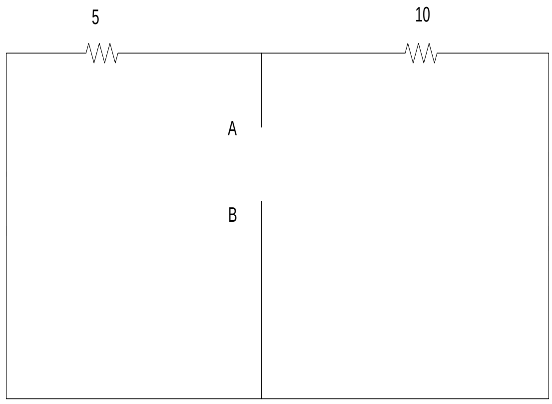
والان يتم حساب جهد ثفينين بالعلاقة التالية :

$$V_{TH} = 10 + I*10 = 10 + 0.667*10 = 16.67\ V$$

او

$$V_{TH} = 20 - I*5 = 20 - 0.667*5 = 16.67\ V$$

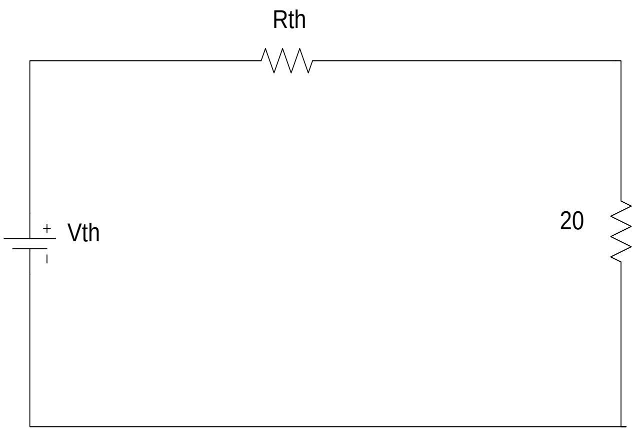
اما المقاومة المكافئة لثيفينين فنحصل عليها بعد قصر منابع الجهد كما في الشكل التالي :



من الشكل نلاحظ ان المقاومتين موصولتين على التفرع المقاومة المكافئة تحسب حسب العلاقة التالية :

$$R_{TH} = (5* 10)/(10 + 5) = 3.33\ \Omega$$

دارة ثفينين المكافئة كما في الشكل التالي :



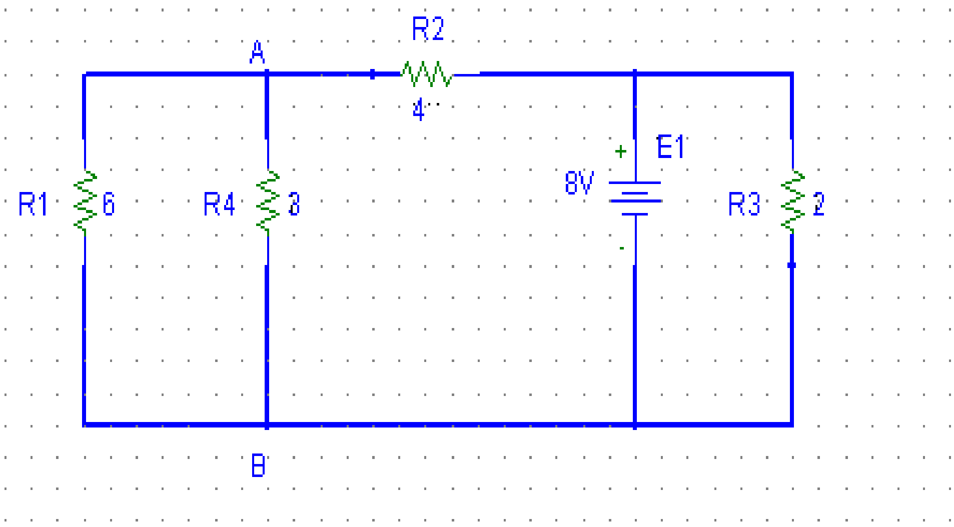
التيار المار في المقاومة $20\ \Omega$ مساويا الى .

$$I = V_{TH} / (R_{TH} + 20) = 16.67/ (3.33+20) = 0.714\ A$$

وهو المطلوب

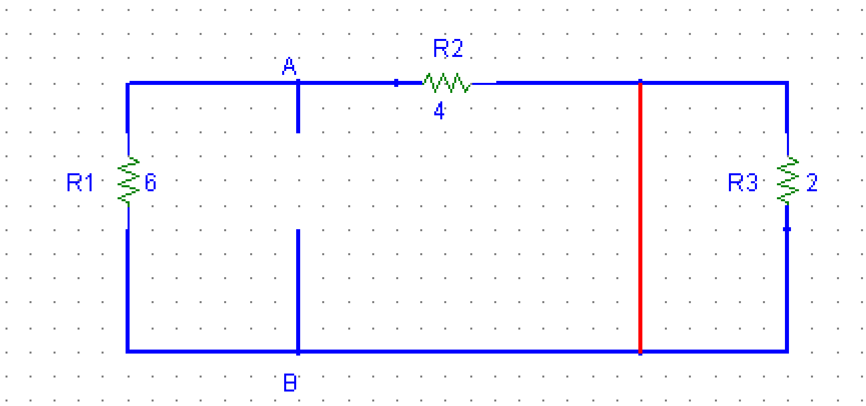
مثال :

احسب التيار المار في المقاومة R_4 بطريقة ثفينين في الشكل المرفق القيم معطاة على الشكل :



الحل :

- الخطوة الاولى نحسب مقاومة ثفينين بين النقطتين A,B بعد حذف المقاومة R_4 وقصر منبع الجهد ، كما في الشكل التالي :

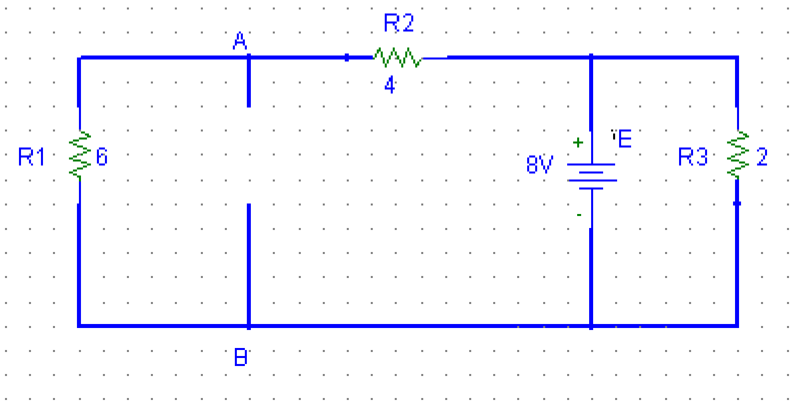


من الشكل نلاحظ ان المقاومة R_3 قد قصرت ايضا لا تدخل في حساب المقاومة المكافئة R_{TH} ومن الشكل نلاحظ ان المقاومتين R_1 , R_2 موصولتين على التفرع، المحصلة تساوي الى :

$$R_{TH} = R_1*R_2/ R_1+ R_2$$

$$R_{TH}= 4*6/4+6 = 2.4\ \Omega$$

- الخطوة الثانية حساب جهد ثفينين V_{TH} بين النقطتين A,B ، نعيد رسم الدارة من جديد كما في الشكل التالي :

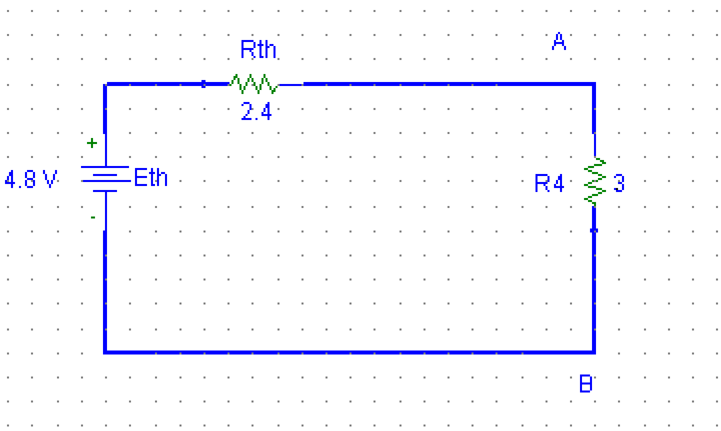


من الشكل نلاحظ ان الجهد بين النقطتين A,B هو هبوط الجهد الحاصل على المقاومة R_1 ، اذا اخذنا الحلقة اليسرى يكون التيار المار في الحلقة مساويا الى :

$$I= E/(R_1+R_2) = 8/10= 0.8 \text{ A}$$

$$V_{TH}= V_{AB} = I*R_1 = 6*0.8 =4.8 \text{ V}$$

والشكل التالي يمثل مكافئ ثفينين للدارة السابقة .



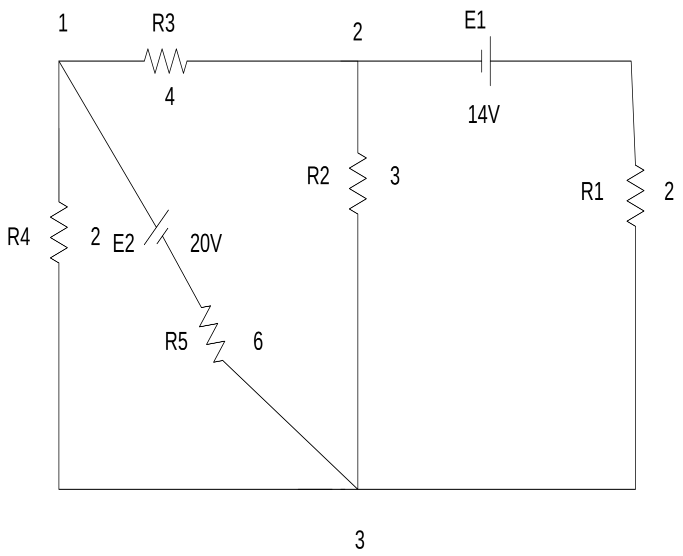
ويكون تيار المار في المقاومة R_4 مساويا الى

$$I_{R4} = E_{TH}/(R_{TH} + R_4)=4.8/5.4 = 8/9 \text{ A}$$

وهو المطلوب .

مثال :

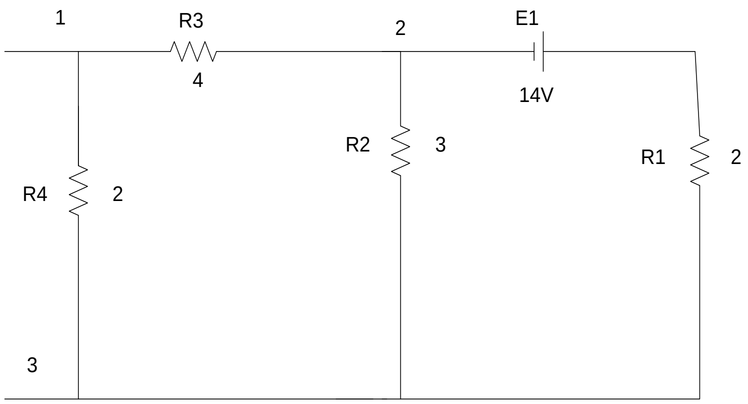
اوجد التيار المار في المقاومة R_5 في الدارة المبينة في الشكل وذلك باستخدام نظرية ثيفينين ،القيم معطاة على الشكل :



الحل :

- الخطوة الاولى حساب المقاومة المكافئة لثفينين بين النقطتين 1,3

بناء على ذلك نعيد رسم الدارة وذلك بعد حذف الفرع ذو المقاومة R_5 و المنبع E_2 كما في الشكل .



المقاومة المكافئة R_{TH} بين النقطتين 1 ,3 بعد قصر منبع الجهد في الشكل السابق تعطى بالعلاقات التالية :

المقاومتين R_1 و R_2 موصولتين على التفرع المقاومة المكافئة لهما R_{12}

$$R_{12} = R_1 * R_2 /(R_1 + R_2) = 6/5 = 1.2\ \Omega$$

المقاومة R_{12} على التسلسل مع المقاومة R_3 المقاومة المكافئة لهما R_{123}

$$R_{123} = R_{12} + R_3 = 1.2+4 = 5.2\ \Omega$$

مقاومة ثفينين بين النقطتين 1,3 هي محصلة المقاومتين R_{123}, R_4 الموصولتين على التفرع .

$R_{TH}= R_{123}*R_4/(R_{123}+R_4) = 5.2*2/7.2=1.44\ \Omega$

الان يمكن حساب E_{TH} لانه يساوي الى هبوط الجهد على المقاومة R_4 ، لذا لابد من حساب التيار المار في هذه المقاومة ، ولا يمكن حساب التيار المار الا بعد حساب التيار الكلي الصادر من المنبع E_1 ، ولحساب التيار الكلي لابد من حساب المقاومة المكافئة بين طرفي المنبع E_1 أي :

$$R_T = \frac{(R_4 + R_3) * R_2}{R_4 + R_3 + R_2} + R_1 = \frac{18}{9} + 2 = 4\Omega$$

التيار الكلي :

$$I_T = \frac{-E_1}{R_T} = -\frac{14}{4} = -3.5A$$

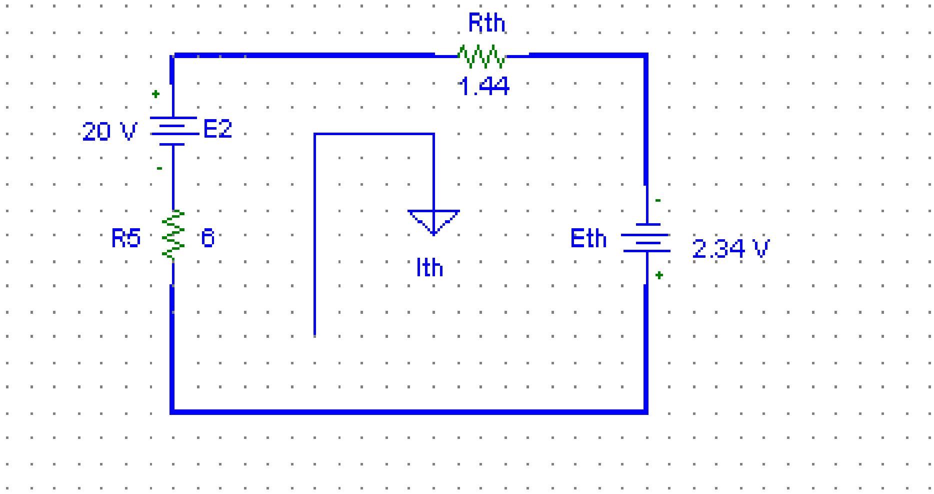
يحسب التيار المار في المقاومة R_4 باستخدام قاعدة مقسم التيار .

$$I_{R4} = I_T \frac{R_2}{R_3 + R_4 + R_2} = -3.5\frac{3}{9} = -\frac{10.5}{9}A$$

والان يمكن حساب هبوط الجهد عبر المقاومة R_4 .

$$V_4 = E_{TH} = I_{R4} * R_4 = \frac{-10.5}{9} * 2 = -2.34V$$

والان يمكن رسم مكافئ ثفينين كما يلي :



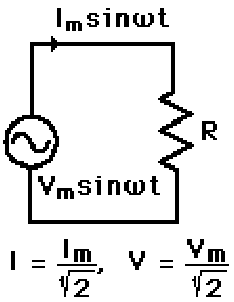
وبتطبيق قانون كيرشوف الثاني (الحلقات) نجد ما يلي :

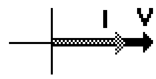
$$I_{R5} = I_{TH} = \frac{E_{TH} + E_2}{R_{TH} + R_5} = \frac{2.34 + 20}{1.44 + 6} = 3A$$

وهو المطلوب .

الدارة الاومية (تحتوي على مقاومة فقط) Resistor Circuit

بفرض انه تم تطبيق جهد متناوب $V=V_m \sin \omega t$ على طرفي مقاومة R كما هو مبين في الشكل التالي :



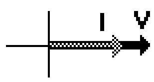
Contribution to complex impedance	Phasor diagram
R	

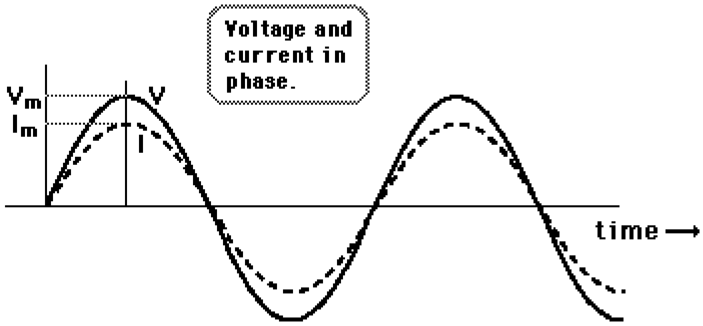
فان ذلك سوف يؤدي الى مرور تيار كهربائي في هذه المقاومة ، وحسب قانون اوم يمكن تحديد القيمة اللحظية للتيار بالعلاقة :

$$i = \frac{V}{R} = \frac{V_m \sin \omega t}{R} = I_m \sin \omega t$$

$$I_m = \frac{V_m}{R}$$

العلاقة السابقة تمثل قانون اوم في دارة التيار المتناوب تحتوي على مقاومة اومية فقط ، و هي تشبه تماما قانون اوم بالنسبة الى التيار المستمر ، وتعطى القيم المنتجة للجهد و التيار كما في الشكل السابق .
ومن العلاقة السابقة نجد ان الجهد والتيار متفقان بالطور في الدارة التي تحتوي على مقاومة فقط و الشكل التالي يوضح ذلك بالشكل الجيبي و الشعاعي .

Phasor diagram




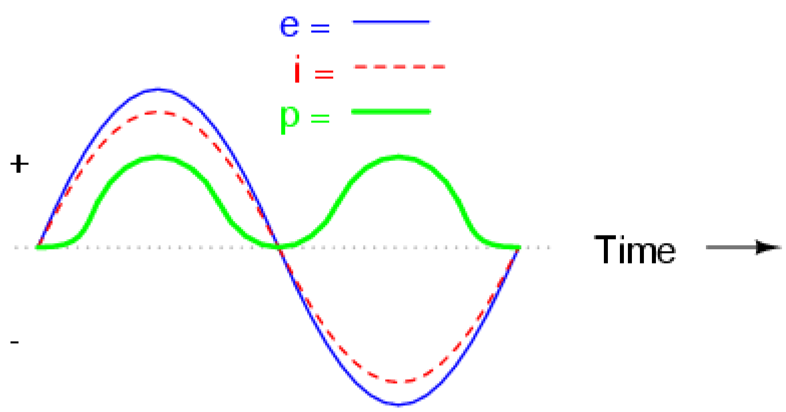
تعطى القيمة اللحظية للاستطاعة بجداء القيمة اللحظية للتيار بالقيمة اللحظية للجهد وتأخذ الشكل التالي :

$$P(t) = v(t)*i(t)$$

وبتعويض القيم اللحظية للتيار والجهد نحصل على :

$$P(t) = V_m\sin\omega t*I_m\sin\omega t = V_mI_m\sin^2\omega t$$

يمكن رسم منحنى الاستطاعة اللحظية كما في الشكل التالي :



ونلاحظ من المنحني ان الاستطاعة تبقى موجبة خلال الدورة كلها مع ان اشارة التيار والجهد تتغير من الموجبة الى السالبة ، ويعلل ذلك بتوافق التيار والجهد في الطور . ولايجاد الاستطاعة المقدمة الى المقاومة بدلالة القيم المنتجة للجهد والتيار، نكامل الاستطاعة اللحظية خلال دور كامل .

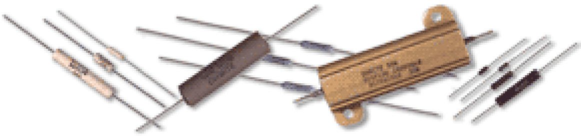
$$P=\frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T} P\,dt=\frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T} V_m I_m \sin^2 \omega t\,dt$$

$$P=\frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T}\left(\frac{V_m I_m}{2}-\frac{V_m I_m}{2}\cos 2\omega t\right)dt$$

$$P=\frac{V_m I_m}{2}=\frac{V_m}{\sqrt{2}}*\frac{I_m}{\sqrt{2}}=V_{RMS}*I_{RMS}$$

امثلة على انواع بعض المقاومات :

Wirewound Power Resistors: Industrial & Military Grade



Wirewound High Current

Carbon & Ceramic Composition Resistors

Heat Sinkable Thick Film Power Resistors

Ohm-O-Tone® Audio Indicators

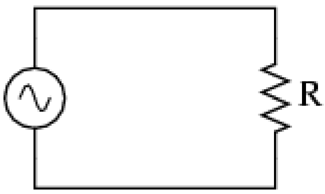
مثال :

طبق على الدارة المبينة في الشكل التالي جهد جيبي ذات العلاقة .

V=10sin(wt)

اذا علمت ان $R = 10\ \Omega$ وان التردد $F= 50\ Hz$،والمطلوب ما يلي :

- اوجد السرعة الزاوية لهذه الموجة .
- اوجد الدور لهذه الموجة .
- التيار المار اللحظي والقيمة المنتجة لهذا التيار .
- والاستطاعة المستهلكة في المقاومة .



الحل :

السرعة الزاوية تعطى بالعلاقة التالية :

$$\omega = 2\pi\ f = 2*314*50 = 314\ rad/s$$

الدور :

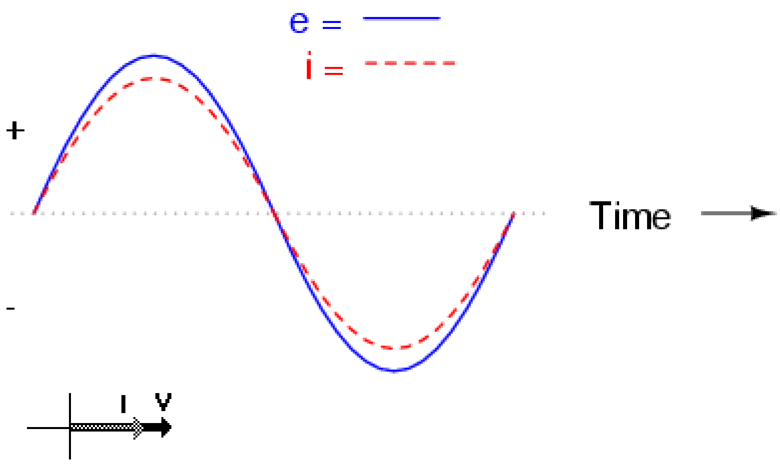
$$T= 1/f = 1/50 = 0.02\ s$$

التيار اللحظي المار في الدارة :

$$i = \frac{V_m}{R}\sin(\omega t) = \frac{10}{10}\sin 314t$$

$$i = 1\sin 314t$$

كما في الشكل التالي :



القيمة المنتجة للتيار

$$I_{RMS} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707A$$

القيمة المنتجة للتوتر :

$$V_{RMS} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7.07V$$

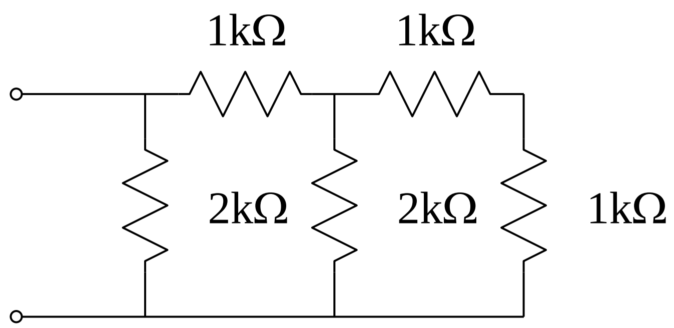
الاستطاعة المبددة في المقاومة تساوي جداء القيمة المنتجة للتيار في القيمة المنتجة للتوتر .

$$P = V_{RMS} * I_{RMS} = 7.07 * 0.707 = 4.99W$$

مثال :

طبق على الدارة التالية توتر جيبي ذات العلاقة التالية :

$$V = 100 \sin 314\, t$$



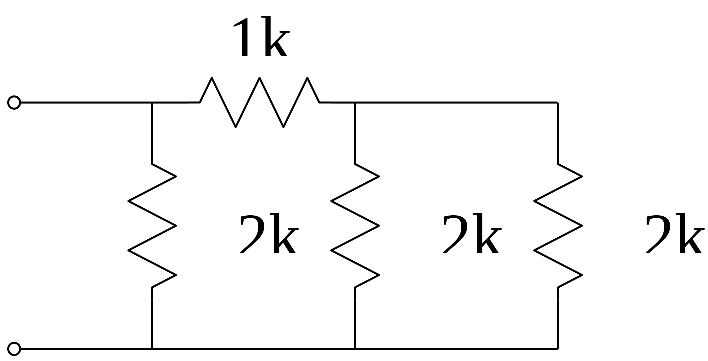
والمطلوب ما يلي :

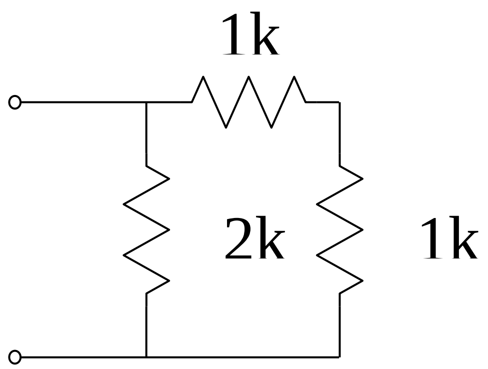
احسب القيمة المنتجة للتيار المار في الدارة .

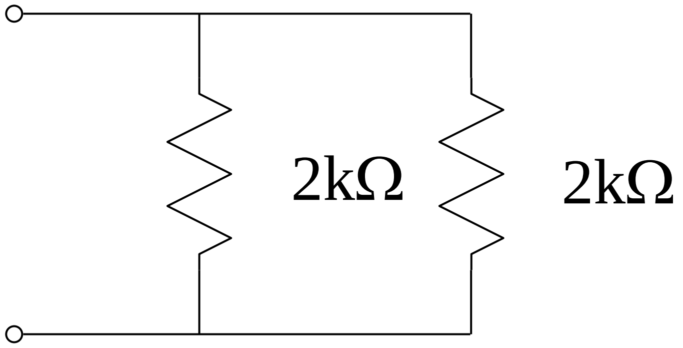
واحسب تردد وزاوية هذا التيار .

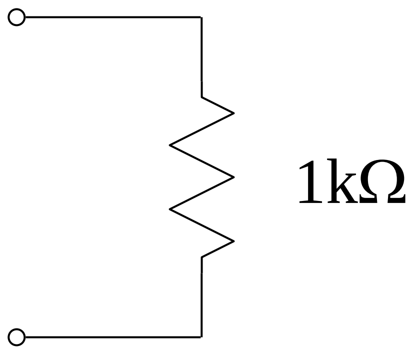
الحل :

نحسب المقاومة المكافئة للدارة









التيار المار في يعطى بالعلاقة التالية :

$$i = \frac{V_m}{R}\sin(\omega t) = \frac{100}{1000}\sin 314t$$

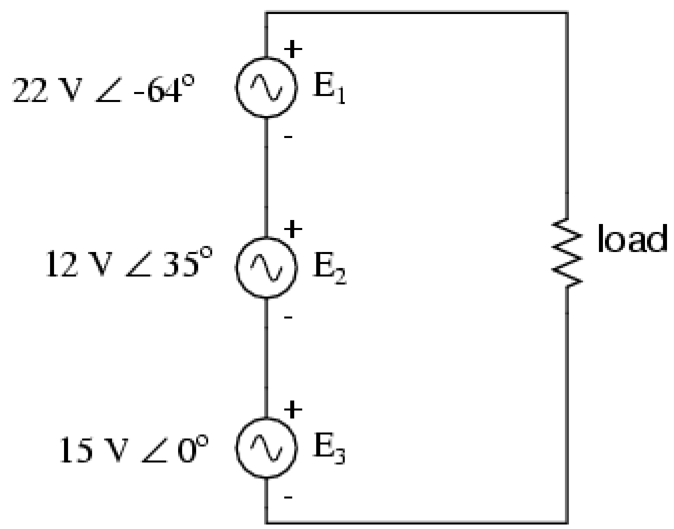
$$i = 0.1\sin 314t$$

تردد التيار :

$$\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2\pi} = 50Hz$$

زاوية هذا التيار مساويا الى الصفر لان الدارة تحتوي على مقاومة فقط .

مثال :
اوجد التيار المار في الدارة الموجودة في الشكل اذا علمت ان المقاومة الاومية $R=10\ \Omega$ واحسب زاوية هذا التيار وارسم المخطط الشعاعي للدارة.



الحل :
نحسب الجهد المكافئ للمنابع الموصولة على التسلسل .

$$15\text{ V} \angle 0^\circ = 15 + j0\text{ V}$$

$$12\text{ V} \angle 35^\circ = 9.8298 + j6.8829\text{ V}$$

$$22\text{ V} \angle -64^\circ = 9.6442 - j19.7735\text{ V}$$

$$\begin{array}{lll} & 15 & +j0 \quad \text{V} \\ & 9.8298 & +j6.8829\text{ V} \\ + & 9.6442 & -j19.7735\text{ V} \\ \hline & \mathbf{34.4740} & \mathbf{-\ j12.8906\ V} \end{array}$$

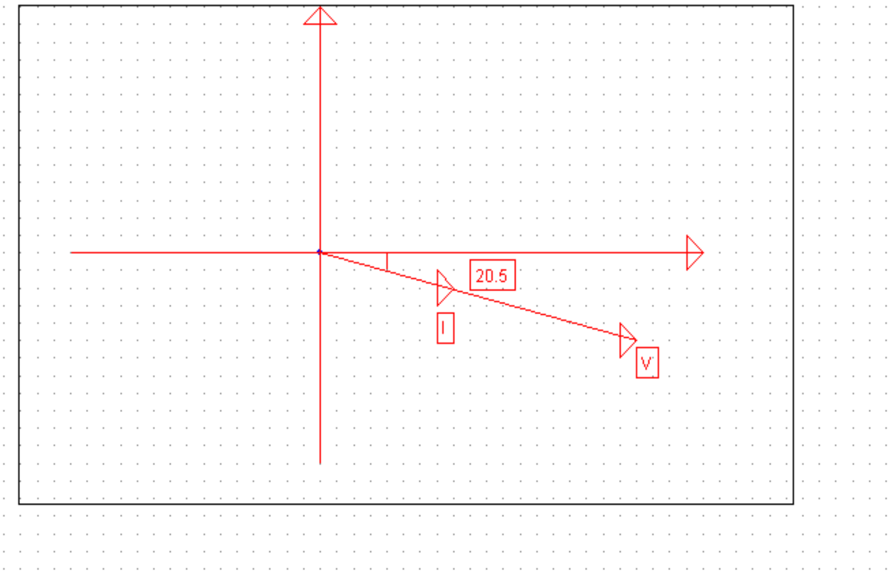
نحسب طويلة وزاوية هذا الجهد كما يلي :

$$V = \sqrt{(34.474)^2 + (12.8906)^2} = 36.4V$$

$$\varphi = arcTan(\frac{-12.8906}{34.474}) = -20.5^{O}$$

التيار المار في الدارة :

$$I = \frac{V\angle\varphi}{R} = \frac{36.4\angle -20.5}{10\angle 0} = 3.64\angle -20.5A$$



دارة تحريضية (تحوي ملف) Inductive Circuit :

لتكن لدينا الدارة المبينة في الشكل المكونة من ملف بمفاعلة تحريضية صرفة ($R= 0$) وعامل التحريض الذاتي L يمر فيها تيارا جيبيا حسب العلاقة $i=I_{max}\sin(wt)$. مرور التيار فيه سوف يؤدي الى نشوء فيض مغناطيسي في الوشيعة حسب العلاقة التالية :

$$\phi_B(t) = L.i(t)$$

قوة محركة كهربائية E_L ناتجة عن تغير الفيض المغناطيسي الذي يخترق الوشيعة تعطى حسب العلاقة التالية :

$$E_L = - d\phi_B/dt.$$

وحسب قانون كيرشوف الثاني في الدارة الكهربائية وباجراء الاشتقاقات اللازمة نحصل على العلاقات التالية :

$$v_L(t) = -E_L = \frac{d\phi_B}{dt} = \frac{d}{dt}(Li)$$

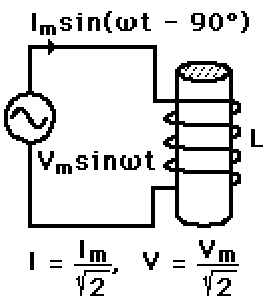
$$= L\frac{d}{dt} I_m \sin(\omega t)$$

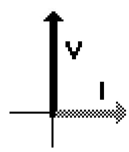
$$= \omega L I_m \cos(\omega t)$$

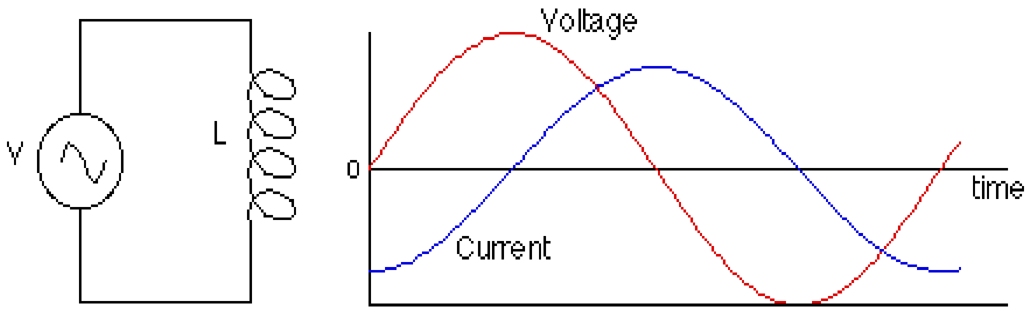
$$= \omega L I_m \sin(\omega t + \pi/2)$$

$$= X_L I_m \sin(\omega t + \pi/2)$$

نلاحظ ان التيار يتأخر عن الجهد بمقدار ٩٠ درجة او ان الجهد يتقدم على التيار بنفس الزاوية كما في الاشكال التالية :



Contribution to complex impedance	Phasor diagram
$j\omega L$	



ويمكن كتابة العلاقة الاخيرة بالشكل التالي :

$$V_L = V_{\max} \sin(\omega t + 90)$$

حيث :

$$V_{\max} = \omega L I_{\max}$$

وبالتالي تعطى الشدة المنتجة للجهد بالعلاقة التالية :

$$\frac{V_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{\omega L I_{\max}}{\sqrt{2}}$$

وكذلك نجد ان المفاعلة التحريضية كما في العلاقات السابقة تعطى كما يلي :

$$X_L = \omega L$$

وتقاس هذه المفاعلة بالاوم ، وبالتالي الشدة المنتجة للتيار في الدارة تساوي الشدة المنتجة للتوتر مقسومة على المفاعلة التحريضية ، او الشدة الاعظمية للتيار تساوي الشدة الاعظمية للجهد المطبق على الدارة مقسومة على المفاعلة التحريضية للدارة ، وبما ان التيار يتأخر عن الجهد بمقدار ٩٠ درجة فان الممانعة المكافئة تعطى بالعلاقة التالية :

$$Z_L = J\omega L = \omega L \angle 90$$

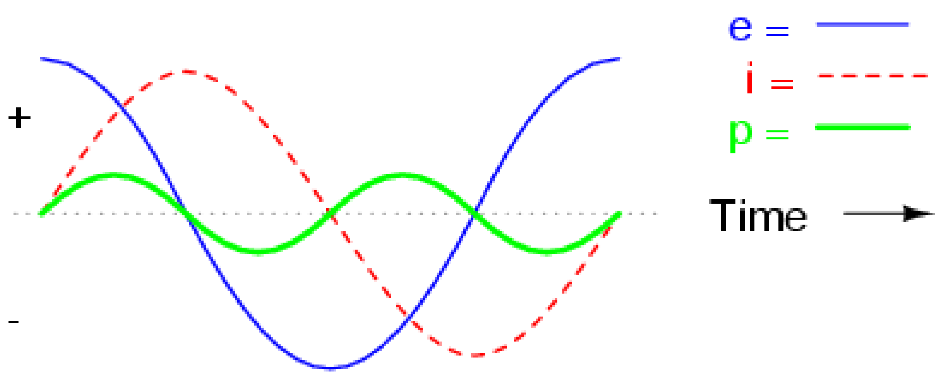
تعطى الاستطاعة اللحظية بالعلاقة المعروفة التالية :

$$P(t) = v(t) * i(t)$$

بالنسبة للدارة التحريضة نجد ان :

$$p(t) = V_{max}\sin(\omega t + 90) * I_{max}\sin(\omega t)$$
$$p(t) = V_{max}\cos(\omega t) * I_{max}\sin(\omega t)$$
$$p(t) = V_{max} * I_{max}\cos(\omega t) * \sin(\omega t)$$
$$p(t) = \frac{V_{max} * I_{max}}{2}\sin(2\omega t)$$

نلاحظ من العلاقة السابقة ان الاستطاعة في الدارة التحريضية البحتة هو تابع جيبي بتردد يساوي ضعف تردد الجهد او التيار ، والشكل التالي يمثل علاقة تغير الاستطاعة والجهد والتيار مع الزمن .



وقيمتها الاعظمية تعطى بالعلاقة التالية :

$$P_{max} = \frac{V_{max} * I_{max}}{2} = \frac{V_{max} * I_{max}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = V * I = \omega L I^2$$

القيمة المتوسطة للاستطاعة الضائعة في الدارة التحريضية هي الاستطاعة المعطاة خلال الدورة الكاملة ويتم حساب هذه الاستطاعة حسب العلاقة التالية :

$$P_{av} = \frac{\omega}{2\pi} \int_{t=0}^{t=\frac{2\pi}{\omega}} \frac{V_{\max} * I_{\max}}{2} \sin(2\omega t)dt$$

$$p_{av} = \frac{\omega * V_{\max} * I_{\max}}{4\pi} \left[\frac{-\cos(2\omega t)}{2\omega} \right]_{t=0}^{t=\frac{2\pi}{\omega}} = 0$$

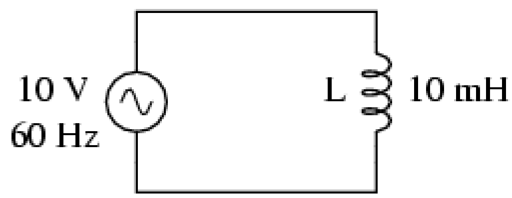
اذا لاتوجد استطاعة ضائعة في الوشيعة (في المفاعلة التحريضية البحتة).

ويمكن تفسير ذلك فيزيئيا بالشكل التالي :

نلاحظ من المنحنيات السابقة ان منحني الاستطاعة يكون موجبا عندما يكون منحني التيار والجهد بنفس الاتجاه (موجب او سالب) وهذا يعني ان الوشيعة تستهلك الاستطاعة ، ويكون سالبا عندما يكون منحنيي التيار والجهد باتجاهين مختلفين (احدهما موجب والاخر سالب) وهذا يعني ان الوشيعة تعطي الاستطاعة الى الدارة الكهربائية ، وبما ان طويلة الاستطاعة في الاتجاهين متساوية وازمنة كل اتجاه متساوية ايضا لذلك الاستطاعة المستهلكة تساوي الاستطاعة الصادرة من الوشيعة ، وتكون المحصلة مساويا الى الصفر كما وجدنا في العلاقة السابقة .

مثال :

اوجد تغير المفاعلة التحريضية بدلالة التردد واحسب التيار المار في الدارة المبينة في الشكل التالي :



الحل :

For a 10 mH inductor:

Frequency (Hertz)	Reactance (Ohms)
60	3.7699
120	7.5398
2500	157.0796

(inductive reactance of 10 mH inductor at 60 Hz)

$$X_L = 3.7699\ \Omega$$

$$I = \frac{E}{X}$$

$$I = \frac{10\ \text{V}}{3.7699\ \Omega}$$

$$I = 2.6526\ \text{A}$$

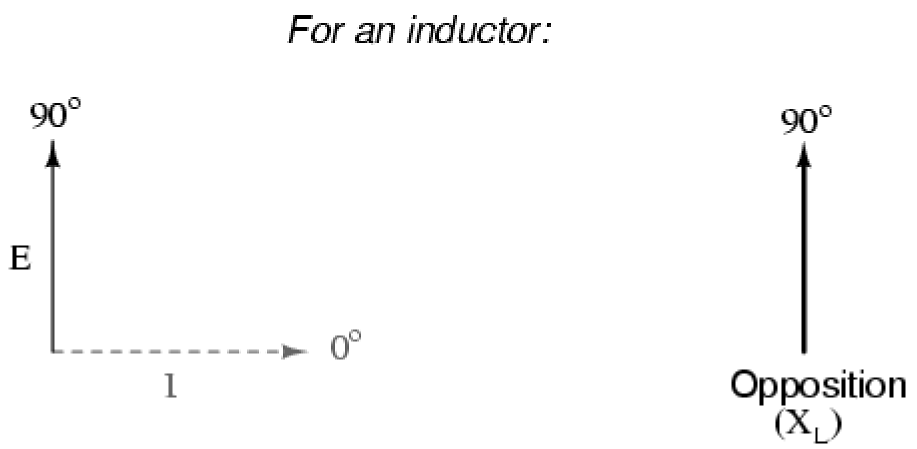
$$\text{Opposition} = \frac{\text{Voltage}}{\text{Current}}$$

$$\text{Opposition} = \frac{10\ \text{V} \angle 90^\circ}{2.6526\ \text{A} \angle 0^\circ}$$

$$\text{Opposition} = 3.7699\ \Omega \angle 90^\circ$$

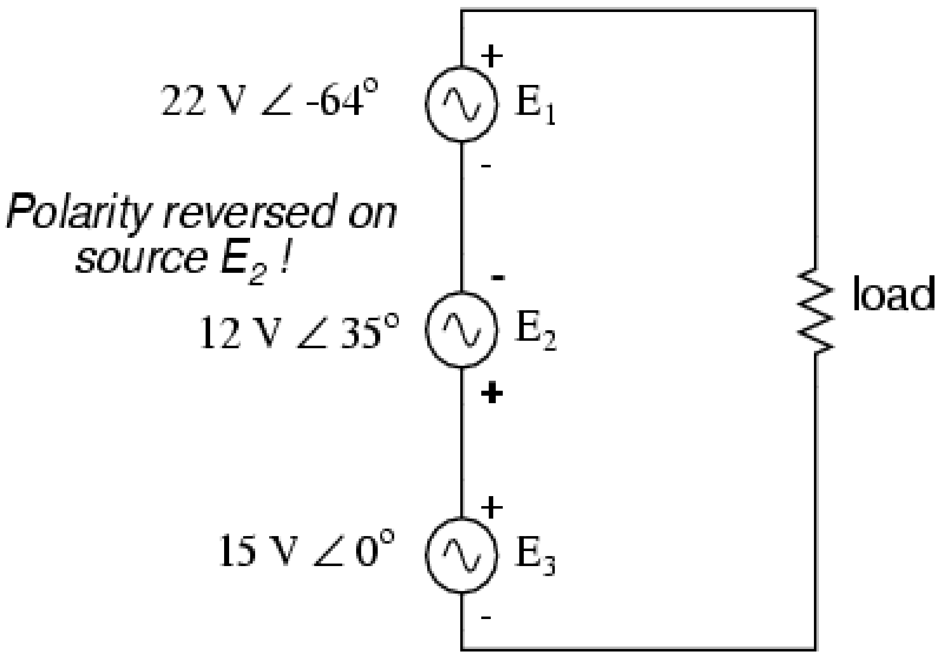
or

$$0 + j3.7699\ \Omega$$



مثال :

اوجد التيار المار في الدارة الموجودة في الشكل اذا علمت ان الحمل عبارة عن وشيعة مثالية (المقاومة الاومية صفر) المفاعلة التحريضية لها XL=20 Ω ، وارسم المخطط الشعاعي بين الجهد والتيار .



الحل :

منابع الجهد في الدارة موصولة مع بعض على التسلسل ولكن المنبع E2 موصول بقطبية معاكسة لذا الجهد المكافئ للدارة مساويا الى :

$$E_{eq} = E_1 - E_2 + E_3$$

$$E_{eq} = 15\angle 0 - 12\angle 35 + 22\angle -64$$

$$E_{eq} = 15 + j0 - (9.82 + j6.88) + 9.644 - j19.77$$

$$E_{eq} = 14.814 - j26.65$$

$$E_{eq} = \sqrt{(14.814)^2 + (26.65)^2} = 30.49V$$

$$\varphi = ArcTan\left(\frac{-26.65}{14.814}\right) = -62^{O}$$

$$E_{eq} = 30.49\angle -62V$$

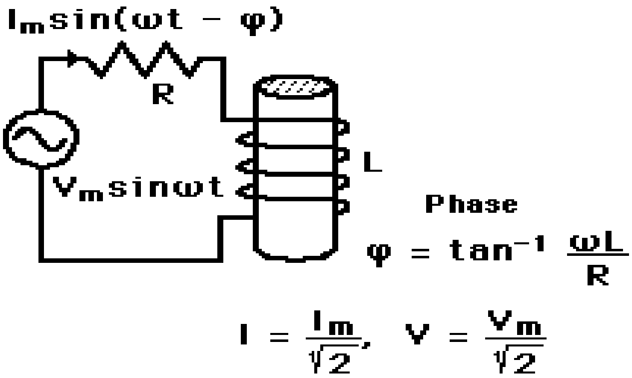
بما ان مفاعلة الدارة مساويا الى XL=J10 Ω لذلك يكون التيار المار في الدارة حسب قانون الاوم تعطى بالعلاقة التالية :

$$I = \frac{V}{X_L} = \frac{30.49\angle -62}{10\angle 90} = 3.049\angle -152 = 3.049\angle 208A$$

المخطط الشعاعي للجهد والتيار في الشكل التالي :

دارة R-L (تحوي ملف مع المقاومة) The R-L Circuit :

كما هو معروف يختلف الملف الحقيقي عن الملف المثالي، الملف الحقيقي يكافئ بمفاعلة تحريضية X_L ومقاومة أومية R على التسلسل ومن ثمّ فهو يستهلك استطاعة فعلية و ردية ، في المقاومة R تستهلك استطاعة فعلية فقط وفي المفاعلة التحريضية X_L تستهلك استطاعة ردية فقط . فإذا مررنا تيارا متناوباً $i = I_{\max} \sin \omega t$ في الدارة المكونة من مقاومة موصولة على التسلسل مع وشيعة كما في الشكل ،



فإن معادلة الجهد حسب قانون كيرشوف الثاني في الحلقة تعطى بالشكل التالي :

$$v = v_R + v_L = Ri + L\frac{di}{dt}$$

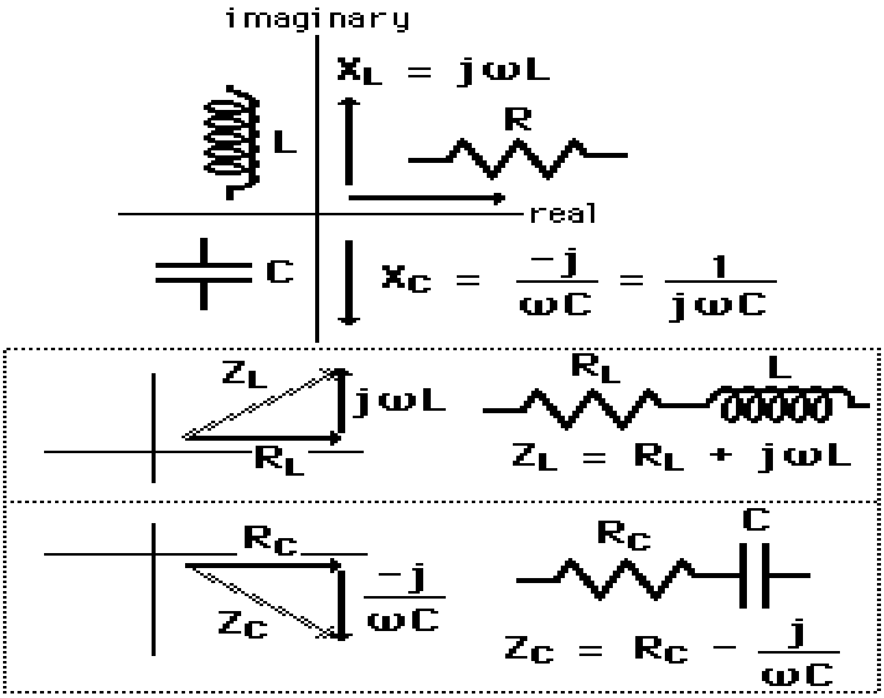
فبتعويض $i = I_{\max}\sin\omega t$ في المعادلة السابقة نحصل على :

$$v = RI_{\max}\sin\omega t + L\frac{d}{dt}I_{\max}\sin\omega t$$

و باشتقاق الجزء الأخير من المعادلة السابقة بالنسبة إلى الزمن نجد :

$$v = RI_{\max}\sin\omega t + L\omega I_{\max}\cos\omega t$$

و بما أن الموجة الجيبية و التجيبية تختلفان بالطور بمقدار 90^0 فإن المركبتين $V_R = RI_{\max}\sin\omega t$ و $V_L = L\omega I_{\max}\cos\omega$ متعامدتان ويمكن تمثيلهما كأضلاع لمثلث القائم والمحصلة لهاتين المركبتين تمثل التوتر المطبق على الوشيعة الحقيقية V ويمثله الوتر في المثلث ، وبشكل مماثل المقاومة والمفاعلة التحريضية كل منهما تمثل ضلع في المثلث القائم والمحصلة Z هي الممانعة للوشيعة الحقيقية هي الوتر في المثلث المذكور كما في الشكل



نلاحظ من مثلث التوتر ان هبوط الجهد على المقاومة ينطبق على التيار المار في المقاومة ،وهبوط الجهد على المفاعلة التحريضية يتقدم على التيار بمقدار ٩٠ درجة ، وبالتالي يكون التوتر الكلي يساوي المجموع الشعاعي لهما كما يلي :

$$V = V_R + JV_L$$

$$V = IR + JI\omega L$$

$$V = \sqrt{(IR)^2 + (I\omega L)^2}$$

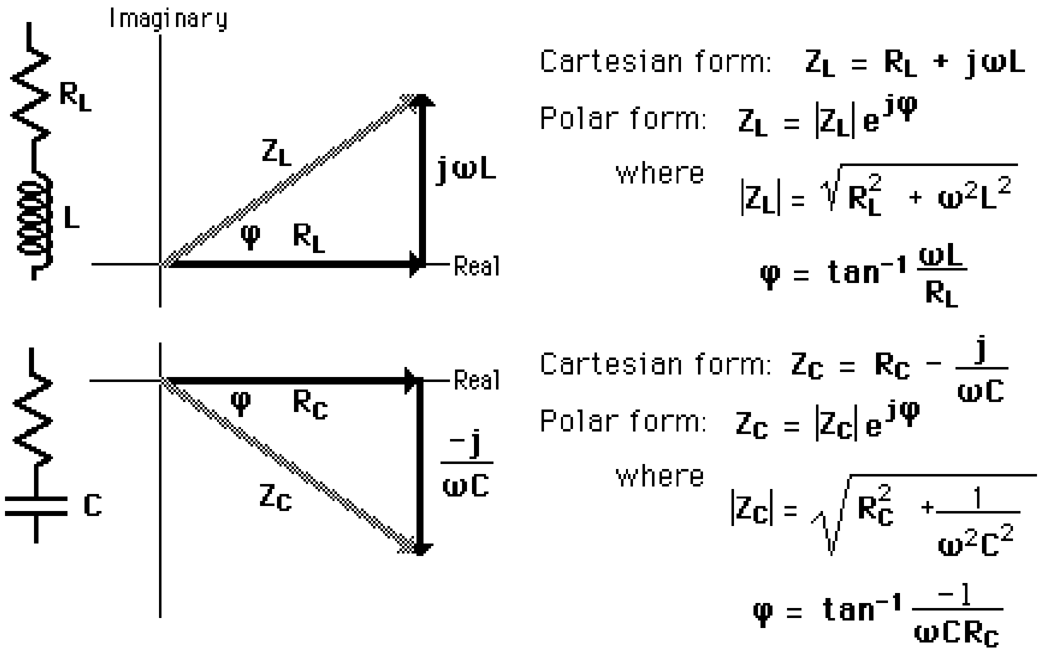
$$V = I\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$V = IZ$$

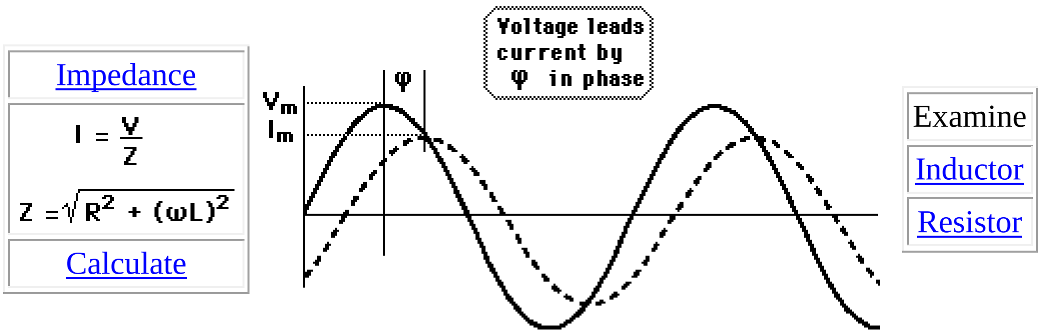
$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

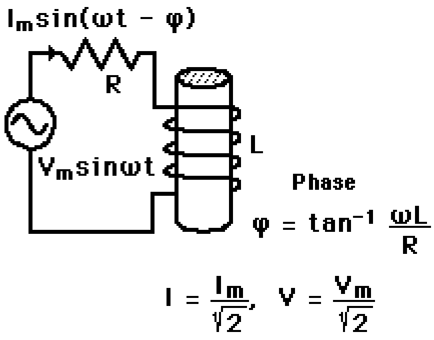
$$\varphi = ArcTan(\frac{\omega L}{R})$$

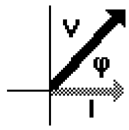
والشكل التالي يوضح القيمة المطلقة للمانعة زاويتها :



ومن الشكل السابق نلاحظ ان الجهد الكلي المطبق على الدارة يتقدم على التيار المار في الدارة بزاوية φ ، لذا عند مرور تيار $i = I_{\max} \sin \omega t$ في الوشيعة الحقيقية (مقاومة وملف على التسلسل) يكون الجهد الكلي على طرفي الدارة مساويا الى $V = V_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$ كما في الشكل التالي :





Contribution to complex impedance	Phasor diagram
R + jωL	

وتكون الاستطاعة الفعلية الضائعة في المقاومة مساويا الى

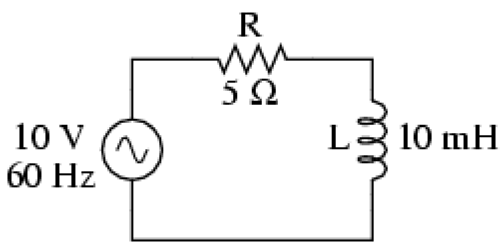
$$P = R * I^2 = V * I * COS(\varphi)$$

والاستطاعة الردية الضائعة في الملف مساويا الى

$$Q = X_L * I^2 = V * I * SIN(\varphi)$$

مثال :

احسب الممانعة المكافئة للدارة المبينة في الشكل واحسب التيار المار في الدارة .



الحل :

Z_{total} = (5 Ω resistance) + (3.7699 Ω inductive reactance)

$Z_{total} = 5\ \Omega\ (R) \quad + \quad 3.7699\ \Omega\ (X_L)$

$Z_{total} = (5\ \Omega \angle 0^0) + (3.7699\ \Omega \angle 90^0)$

or

$(5 + j0\ \Omega) + (0 + j3.7699\ \Omega)$

$Z_{total} = 5 + j3.7699\ \Omega$ *or* $6.262\ \Omega \angle 37.016^\circ$

Ohm's Law for AC circuits:

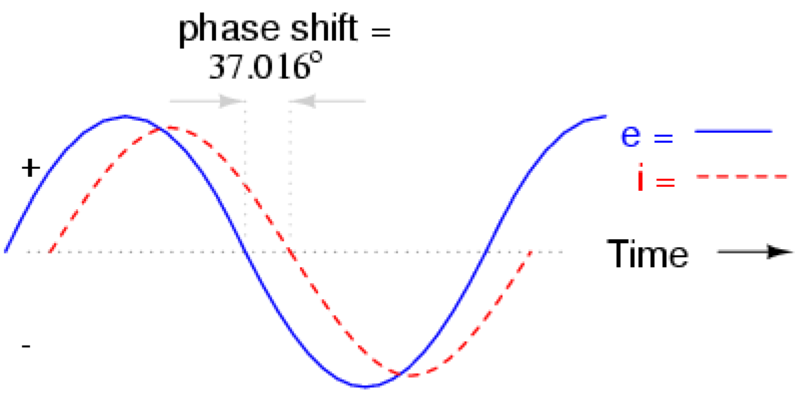
$$E = IZ \qquad I = \frac{E}{Z} \qquad Z = \frac{E}{I}$$

All quantities expressed in complex, not scalar, form

$$I = \frac{E}{Z}$$

$$I = \frac{10\ \text{V} \angle 0^\circ}{6.262\ \Omega \angle 37.016^\circ}$$

$$I = 1.597\ \text{A} \angle -37.016^\circ$$



يكون هبوط الجهد الحاصل على المقاومة يعطى بالعلاقة التالية :

$$E = IZ$$

$$E_R = I_R Z_R$$

$$E_R = (1.597\ \text{A} \angle -37.016^\circ)(5\ \Omega \angle 0^\circ)$$

$$E_R = 7.9847\ \text{V} \angle -37.016^\circ$$

Notice that the phase angle of E_R is equal to the phase angle of the current.

وهبوط الجهد الحاصل على الملف مساويا الى :

$$E = IZ$$

$$E_L = I_L Z_L$$

$$E_L = (1.597\ \text{A} \angle -37.016^\circ)(3.7699\ \Omega \angle 90^\circ)$$

$$E_L = 6.0203\ \text{V} \angle 52.984^\circ$$

Notice that the phase angle of E_L is exactly 90° more than the phase angle of the current.

ويكون الهبوط الجهد الكلي مساويا الى :

$$E_{total} = E_R + E_L$$

$$E_{total} = (7.9847\ \text{V} \angle -37.016^\circ) + (6.0203\ \text{V} \angle 52.984^\circ)$$

$$E_{total} = 10\ \text{V} \angle 0^\circ$$

ويمكن وضع النتائج في الجداول التالية :

	R	L	Total	
E			**10 + j0** **10 ∠ 0°**	Volts
I				Amps
Z	**5 + j0** **5 ∠ 0°**	**0 + j3.7699** **3.7699 ∠ 90°**		Ohms

	R	L	Total	
E			10 + j0 10 ∠ 0°	Volts
I				Amps
Z	5 + j0 5 ∠ 0°	0 + j3.7699 3.7699 ∠ 90°	**5 + j3.7699** **6.262 ∠ 37.016°**	Ohms

Rule of series circuits

$$Z_{total} = Z_R + Z_L$$

	R	L	Total	
E			10 + j0 10 ∠ 0°	Volts
I			**1.2751 - j0.9614** **1.597 ∠ -37.016°**	Amps
Z	5 + j0 5 ∠ 0°	0 + j3.7699 3.7699 ∠ 90°	5 + j3.7699 6.262 ∠ 37.016°	Ohms

Ohm's Law

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}}$$

	R	L	Total	
E			10 + j0 10 ∠ 0°	Volts
I	**1.2751 - j0.9614** **1.597 ∠ -37.016°**	**1.2751 - j0.9614** **1.597 ∠ -37.016°**	1.2751 - j0.9614 1.597 ∠ -37.016°	Amps
Z	5 + j0 5 ∠ 0°	0 + j3.7699 3.7699 ∠ 90°	5 + j3.7699 6.262 ∠ 37.016°	Ohms

Rule of series circuits:

$$\mathbf{I}_{total} = \mathbf{I}_R = \mathbf{I}_L$$

	R	L	Total	
E	**6.3756 - j4.8071** **7.9847 ∠ -37.016°**	**3.6244 + j4.8071** **6.0203 ∠ 52.984°**	10 + j0 10 ∠ 0°	Volts
I	1.2751 - j0.9614 1.597 ∠ -37.016°	1.2751 - j0.9614 1.597 ∠ -37.016°	1.2751 - j0.9614 1.597 ∠ -37.016°	Amps
Z	5 + j0 5 ∠ 0°	0 + j3.7699 3.7699 ∠ 90°	5 + j3.7699 6.262 ∠ 37.016°	Ohms

Ohm's Law

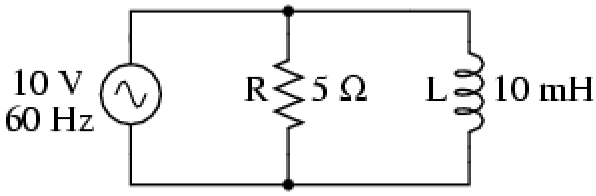
$$\mathbf{E} = \mathbf{IZ}$$

Ohm's Law

$$\mathbf{E} = \mathbf{IZ}$$

مثال :

اوجد الممانعة المكافئة للدارة المبينة في الشكل واحسب التيارات المارة فيها :



الحل :

	R	L	Total	
E			$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volts
I				Amps
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3.7699$ $3.7699 \angle 90^\circ$		Ohms

	R	L	Total	
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volts
I				Amps
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3.7699$ $3.7699 \angle 90^\circ$		Ohms

Rule of parallel circuits:

$E_{total} = E_R = E_L$

	R	L	Total	
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volts
I	**$2 + j0$** **$2 \angle 0^\circ$**	**$0 - j2.6526$** **$2.6526 \angle -90^\circ$**		Amps
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3.7699$ $3.7699 \angle 90^\circ$		Ohms

Ohm's Law

$$I = \frac{E}{Z}$$

Ohm's Law

$$I = \frac{E}{Z}$$

	R	L	Total	
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volts
I	$2 + j0$ $2 \angle 0^\circ$	$0 - j2.6526$ $2.6526 \angle -90^\circ$	**$2 - j2.6526$** **$3.3221 \angle -52.984^\circ$**	Amps
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3.7699$ $3.7699 \angle 90^\circ$		Ohms

Rule of parallel circuits:

$$I_{total} = I_R + I_L$$

الممانعة المكافئة :

$$Z_{parallel} = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \ldots \frac{1}{Z_n}}$$

	R	L	Total	
E	10 + j0 10 ∠ 0°	10 + j0 10 ∠ 0°	10 + j0 10 ∠ 0°	Volts
I	2 + j0 2 ∠ 0°	0 - j2.6526 2.6526 ∠ -90°	2 - j2.6526 3.322 ∠ -52.984°	Amps
Z	5 + j0 5 ∠ 0°	0 + j3.7699 3.7699 ∠ 90°	**1.8122 + j2.4035** **3.0102** ∠ 52.984°	Ohms

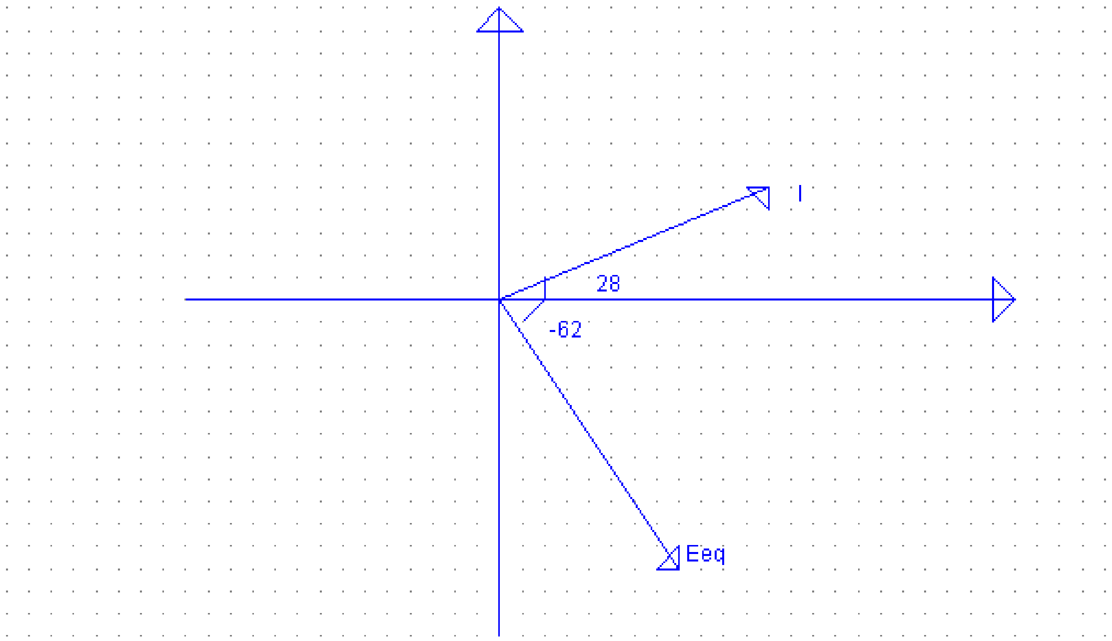
Ohm's Law

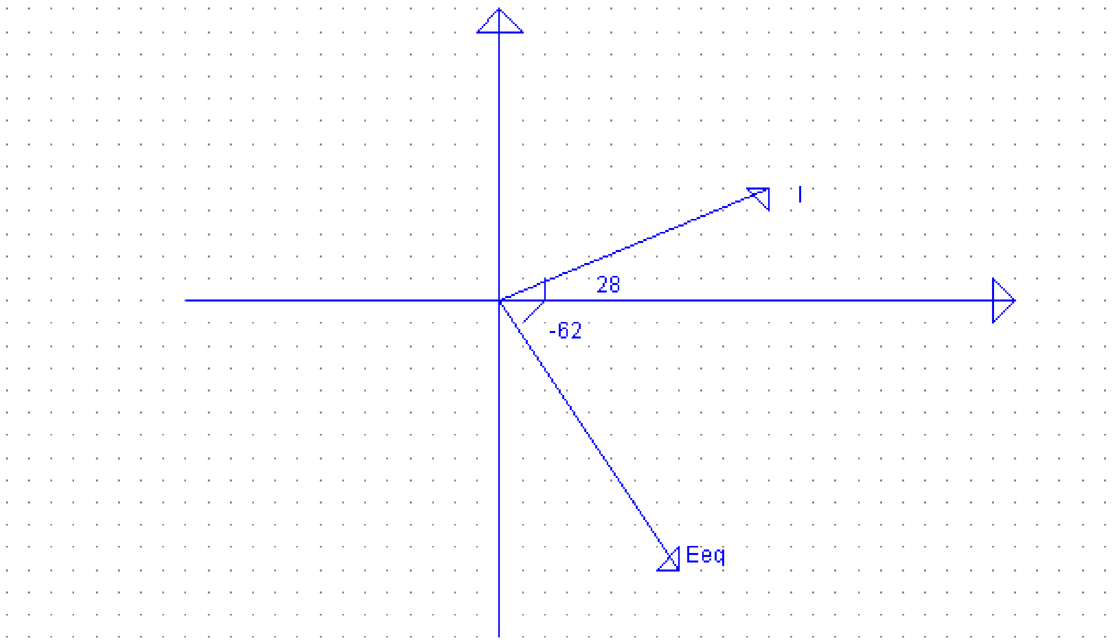
$$Z = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{I}}$$

or

Rule of parallel circuits:

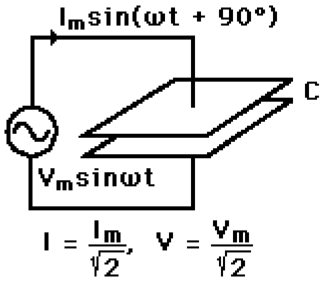
$$Z_{total} = \frac{1}{\frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_L}}$$





الدارة السعوية (تحوي مكثفة مثالية) Capacitive Circuit :

لتكن لدينا الدارة المبينة في الشكل المكونة من مكثفة مثالية C طبق عليها جهد جيبي $v = V_{max} \sin \omega t$ ، بما أن شحنة المكثفة متناسبة مع الجهد المطبق على صفيحتيها وسعة المكثفة فإن أي تغير في الجهد المسلط يؤدي إلى تغيرشحنة المكثفة أي :



Contribution to complex impedance	Phasor diagram
$\frac{-j}{\omega C}$	

q= V*C

v = q/C

$$v = \frac{q}{C} = \frac{1}{C}\int i.dt$$

وبما ان التيار ذات علاقة جيبية بالتعويض في العلاقة السابقة وتكامل هذه العلاقة نحصل على مايلي :

$$v = \frac{1}{C}\int I_m \sin(\omega t)\,dt$$

$$= -\frac{1}{\omega C} I_m \cos(\omega t)\,dt$$

$$= \frac{1}{\omega C} I_m \sin(\omega t - \pi/2)\,dt$$

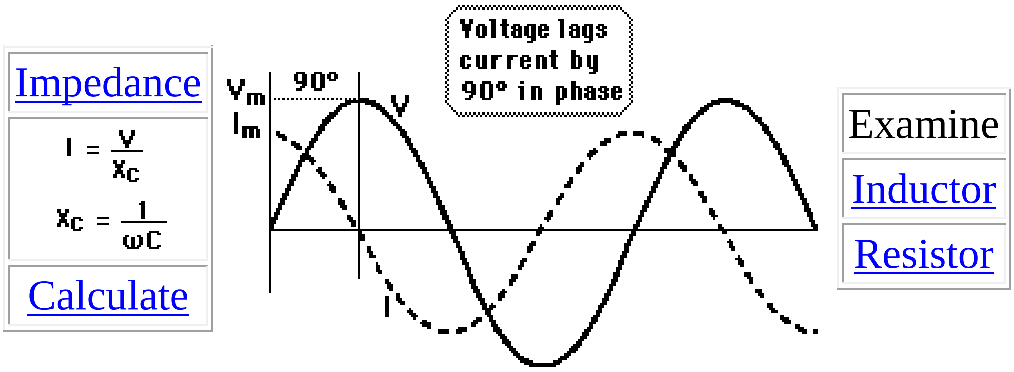
$$= X_C . I_m \sin(\omega t - \pi/2)\,dt$$

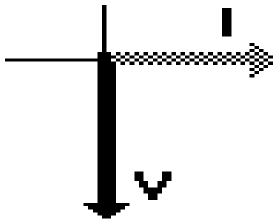
$$V = V_{max}\sin(\omega t - 90)$$

حيث :

$$V_m = X_C . I_m$$

عند اعتماد التيار كمرجع نلاحظ ان الجهد على طرفي المكثف يتأخر بمقدار ٩٠ درجة او ان التيار يتقدم بمقدار ٩٠ درجة على الجهد ، كما هو مبين في المعادلة السابقة ، وكذلك الاشكال التالية :

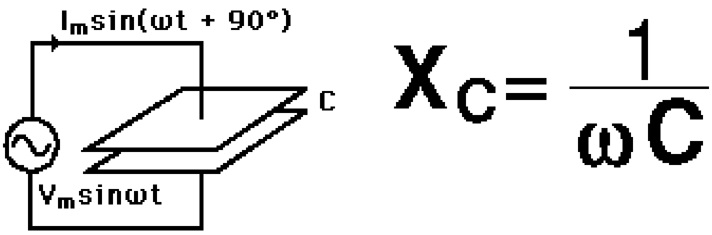




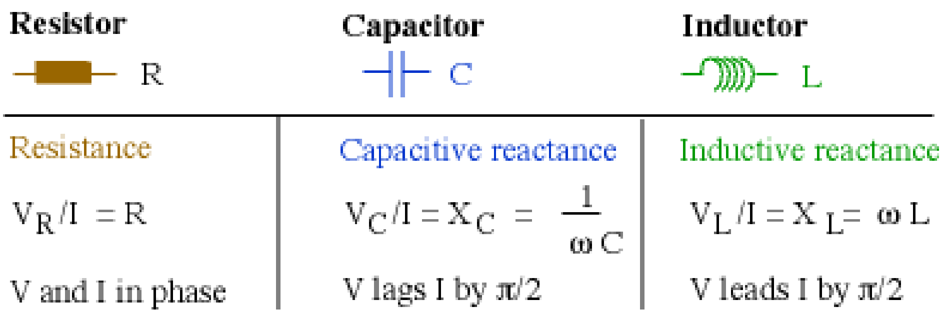
المفاعلة السعوية عند وجود مكثف ذات السعة c تقاس بالاوم تعطى بالعلاقة التالية
:

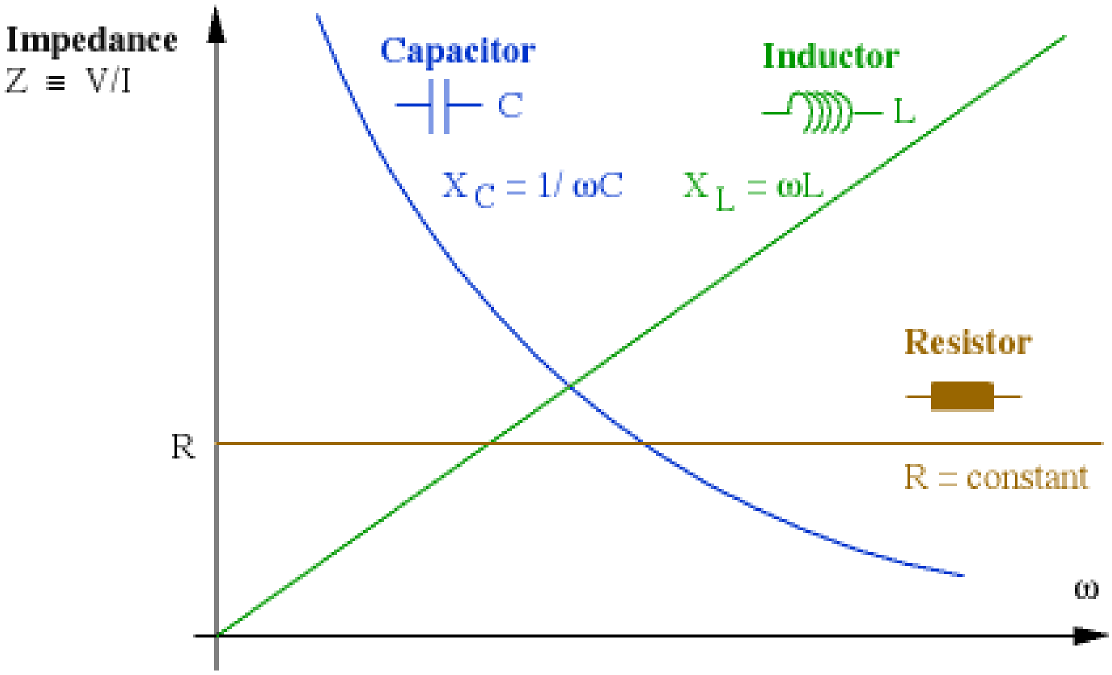
$$X_C = \frac{-J}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \angle -90$$

كما في الشكل التالي :



ولمقارنة تغير المفاعلة السعوية والمفاعلة التحريضية والمقاومة مع تغبر التردد يبين الاشكال التالي هذه التغيرات :





نلاحظ ان المفاعلة السعوية تتناقص مع تزايد التردد وهذا يتطابق مع العلاقة $X_C=1/Wc$ ، والمفاعلة التحريضية تزداد بازدياد التردد حسب العلاقة التالية $X_L=Wl$ ، والمقاومة تبقى ثابتة بتغير التردد .

وعند تطبيق جهد ذات الطويلة V_{max} على مكثف ذات السعة c تكون طويلة التيار $I_{\max} = C\omega V_{\max}$ متقدم بزاوية ٩٠ درجة، وهي تمثل القيمة الأعظمية للتيار ومن ثمّ تعطى الشدّة المنتجة للتيار بالعلاقة :

$$\frac{I_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{C\omega V_{\max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow I = C\omega V$$

اما الاستطاعة اللحظية بالنسبة للدارة السعوية فتعطى بالعلاقة التالية :

$$P(t) = v(t)i(t)$$

و منه نجد :

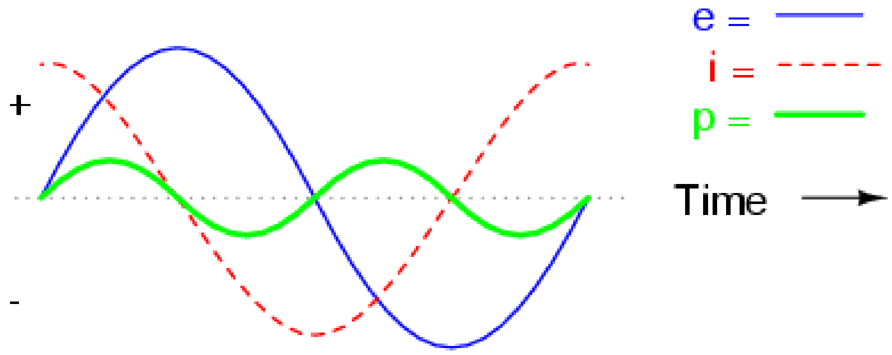
$$P(t) = V_{max} \sin \omega t * I_{max} Sin(\omega t + 90^0)$$

$$P(t) = V_{max} I_{max} \cos \omega t \sin \omega t = \frac{V_{max} I_{max}}{2} \sin 2\omega t$$

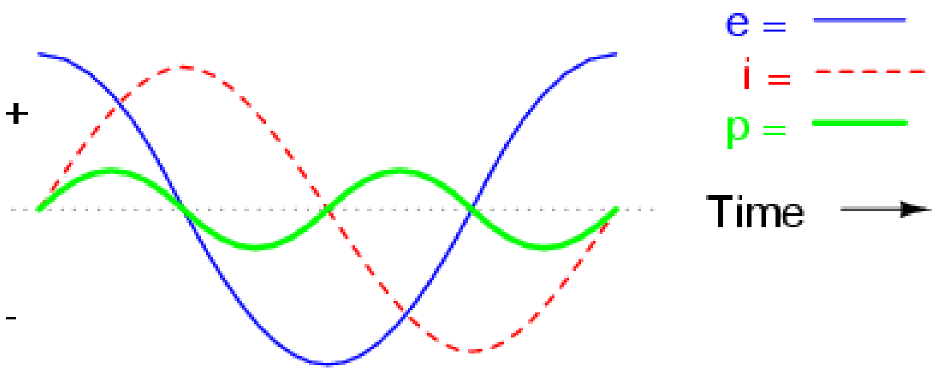
ومن ثمّ فإن منحني الاستطاعة لدارةسعوية هو تابع جيبي بتردد ضعف تردد الجهد أو التيار كما هو الحال بالنسبة إلى الدارة التحريضية و هو مبين في الشكل و قيمته الأعظمية تعطى بالعلاقة:

$$Q = \frac{V_{max} I_{max}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = VI = V^2 \omega C$$

أي ان القيمة الأعظمية للاستطاعة تساوي جداء القيمة المنتجة للجهد و يطلق على قيمة الذروة للمنحني للاستطاعة في الدارة السعوية اسم الاستطاعة الردية للدارة و تقاس بالفار VAR. تتغير اشارة الاستطاعة اللحظية لدارة سعوية من الموجب الى السالب أربع مرات متتالية خلال الدورة الواحدة و هذا يعني ان سريان الاستطاعة يتغير أربع مرات في دورة واحدة وأن الاستطاعة تنتقل من المنبع إلى الدارة و بالعكس أربع مرات خلال الدورة كما هو موضح في الشكل



الدارة السعوية



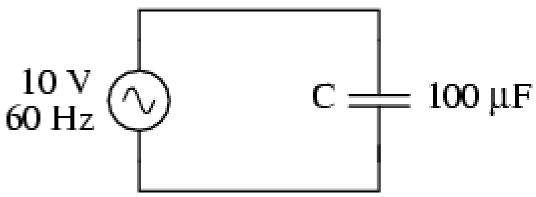
الدارة التحريضية

و هكذا فالطاقة الكهربائية في الدارة السعوية (كما هو الحال بالنسبة إلى الدارة التحريضية) لا تتحول إلى أي شكل آخر من أشكال الطاقة في الدارة و الاستطاعة الوسطية (الفعلية) المصروفة في الدارة السعوية خلال دورة كاملة من دورات التيار في الدارة السعوية تساوي الصفر أي $P=0$.

الجدير بالذكر انه أثناءمرور التيار في نقطة الصفر في حالة الدارة السعوية الصرفة تكون الاستطاعة اللحظية سالبة ، على عكس حالة الدارة التحريضية فتكون موجبة كما هو مبين في الاشكال السابقة ، و بعد ذلك يتم التناوب في المراحل الأربع من الدور الواحد . وبمعنى آخر تكون الاستطاعة المستجرة من قبل الملف معاكسة تماماً في مراحلها الاربعة للاستطاعة المستجرة من قبل المكثفة و يكون دائماً احد العنصرين الرديين يقدم استطاعة و الآخر يستجر الاستطاعة .

مثال :

اوجد تغير المفاعلة السعوية للدارة المبينة في الشكل مع تغير التردد واوجد التيار المار في الدارة عند التردد 60 Hz.



الحل:

طويلة المفاعلة السعوية تعطى بالعلاقة التالية :

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

نضع النتائج في الجدول التالي :

```
For a 100 uF capacitor:
Frequency (Hertz)          Reactance (Ohms)
```

60	26.5258
120	13.2629
2500	0.6366

نلاحظ من الجدول ان المفاعلة السعوية تتناقص بشكل كبير مع ازدياد التردد عكس المفاعلة التحريضية .

لايجاد التيار في الدارة :

$$X_C = 26.5258\ \Omega$$

$$I = \frac{E}{X}$$

$$I = \frac{10\ V}{26.5258\ \Omega}$$

$$I = 0.3770\ A$$

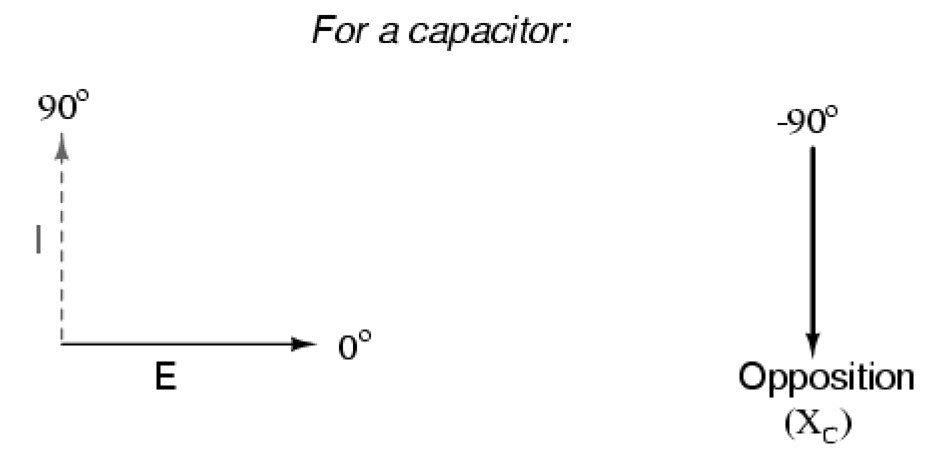
ايجاد المفاعلة السعوية وزاويتها :

$$\text{Opposition} = \frac{\text{Voltage}}{\text{Current}}$$

$$\text{Opposition} = \frac{10\ V \angle 0^\circ}{0.3770\ A \angle 90^\circ}$$

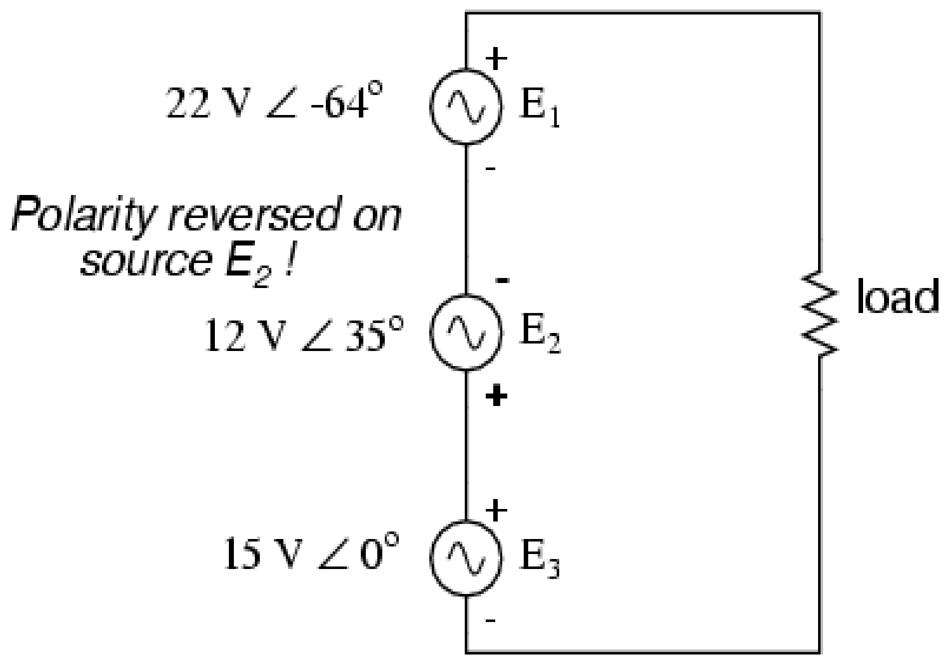
$$\text{Opposition} = 26.5258\ \Omega \angle -90^\circ$$

المخطط الشعاعي :



مثال :

اوجد التيار المار في الدارة التالية اذا علمت ان الحمولة هي عبارة عن مفاعلة سعوية قدرها $X_C = -J10\ \Omega$ ، وارسم المخطط الشعاعي لهذه الدارة .



الحل :

منابع الجهد في الدارة موصولة مع بعض على التسلسل ولكن المنبع E2 موصول بقطبية معاكسة لذا الجهد المكافئ للدارة مساويا الى :

$$E_{eq} = E_1 - E_2 + E_3$$

$$E_{eq} = 15\angle 0 - 12\angle 35 + 22\angle -64$$

$$E_{eq} = 15 + j0 - (9.82 + j6.88) + 9.644 - j19.77$$

$$E_{eq} = 14.814 - j26.65$$

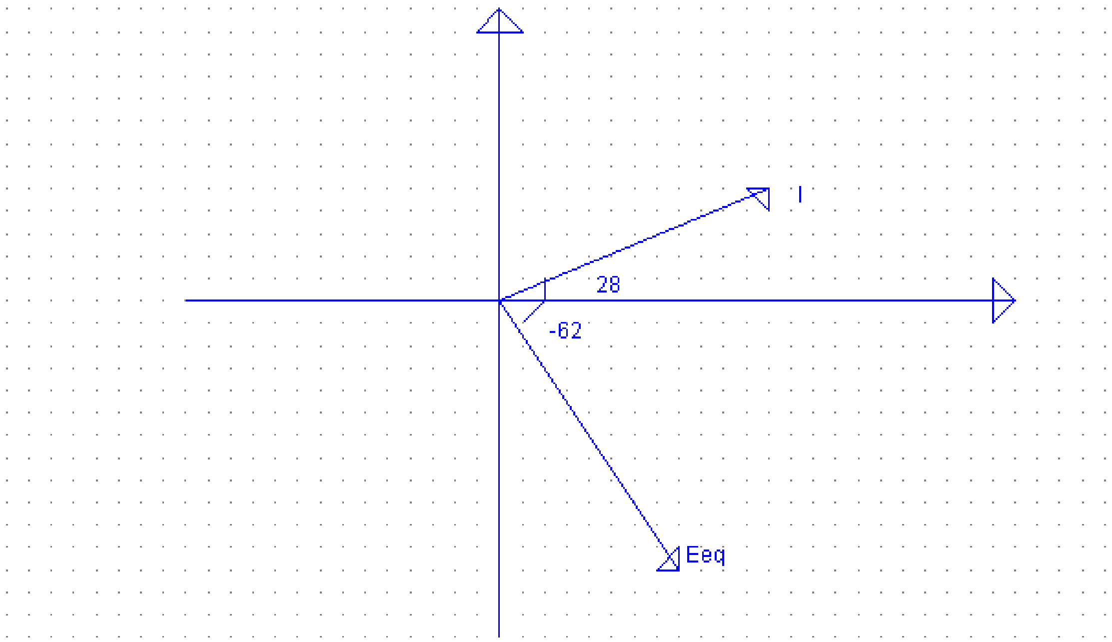
$$E_{eq} = \sqrt{(14.814)^2 + (26.65)^2} = 30.49V$$

$$\varphi = ArcTan(\frac{-26.65}{14.814}) = -62^O$$

$$E_{eq} = 30.49\angle -62V$$

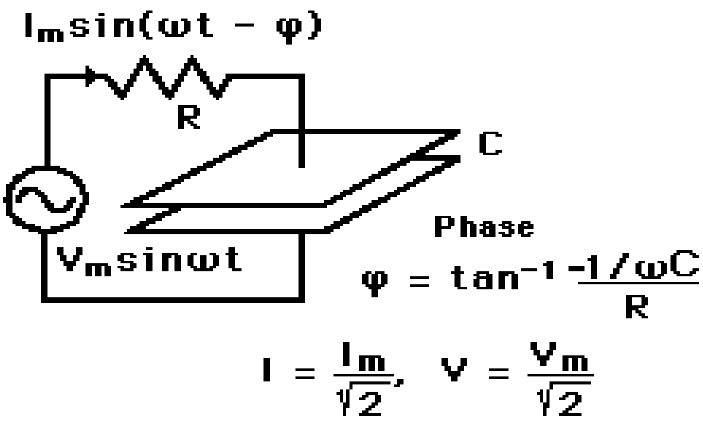
بما ان مفاعلة الدارة تساوي الى XC= -J10 Ω لذلك يكون التيار المار في الدارة حسب قانون الاوم تعطى بالعلاقة التالية :

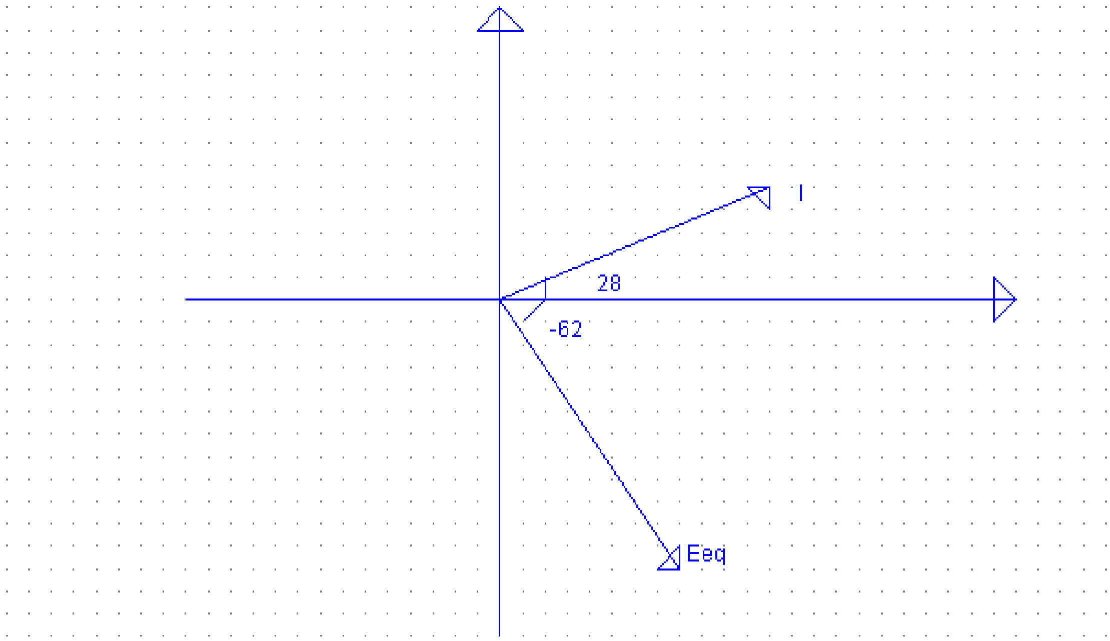
$$I = \frac{V}{X_C} = \frac{30.49\angle -62}{10\angle -90} = 3.049\angle 28A$$



دارة تحتوي على مقاومة ومكثف على التسلسل The R-C Circuit:

الدارة تحتوي على مقاومة اومية موصولة على التسلسل مع مفاعلة سعوية (مكثف) كما في الشكل



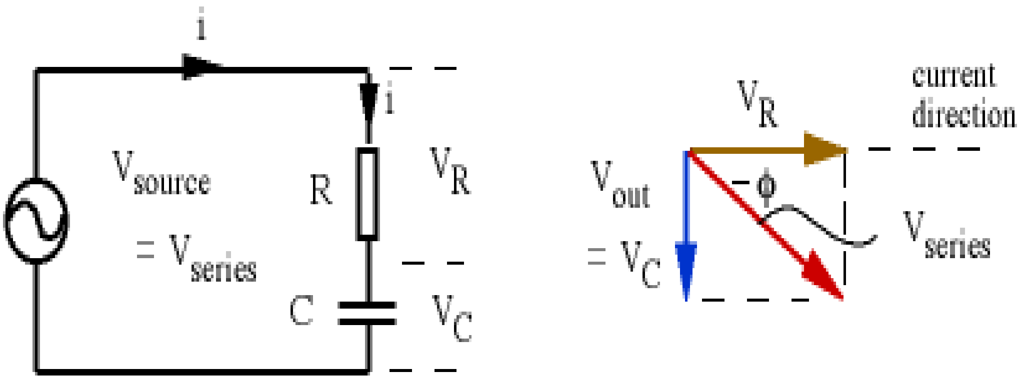


فاذا مر تيار متناوب جيبي $i = I_{max} \sin \omega t$ في هذه الدارة يكون هبوط الجهد على كل من المقاومة والمفاعلة السعوية يعطى بالعلاقات التالية :

هبوط الجهد على المقاومة V_R :

$$V_R = R * I_{max} \sin \omega t$$

نلاحظ ان الجهد منطبق على التيار وفرق الصفحة مساويا الى الصفر كما في الشكل :



وهبوط الجهد على المفاعلة السعوية V_C:

$$V_C = \frac{q}{c} = \frac{\int idt}{c} = \frac{\int I_{\max}\sin\omega t dt}{c} = -\frac{I_{\max}\cos\omega t}{\omega c}$$

نلاحظ ان هبوط الجهد على المفاعلة السعوية يتأخر عن التيار بمقدار ٩٠ درجة كما هو مبين في الشكل السابق ، وحسب قانون كيرشوف الثاني يكون هبوط الجهد الكلي وبتعبير اخر التوتر الكلي المطبق على الدارة مساويا الى مجموع هبوطات الجهد في الدارة التسلسلية .

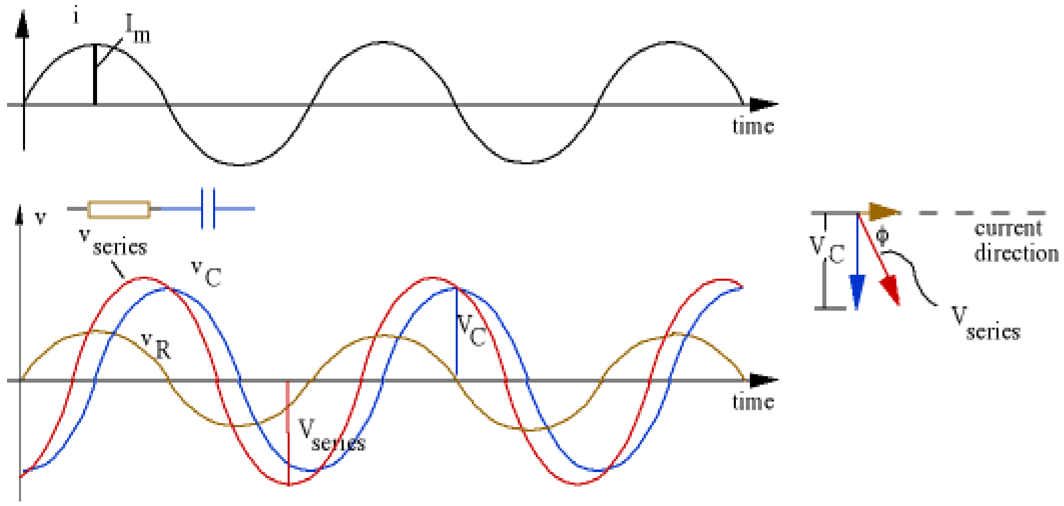
$$V_{series} = V_R + V_C$$

$$V_{series} = RI_{\max}\sin\omega t - \frac{I_{\max}\cos\omega t}{\omega C}$$

$$V_{series} = I_{\max}(R\sin\omega t - \frac{1}{\omega c}\cos\omega t)$$

$$V_{series} = I_{\max} * Z$$

والشكل التالي يبين الشكل الموجي لهبوطات الجهد على المفاعلة والمقاومة والجهد الكلي :



نلاحظ من هذه العلاقات ان هبوط الجهد على المفاعلة يتأخر ٩٠ درجة عن هبوط الجهد على المقاومة كما في الشكل السابق .وبناء على ذلك طويلة الجهد الكلي وزاويته يتم حسابهما كما يلي :

$$V_{RC}^2 = V_R^2 + V_C^2$$

so, using the resistance and the capacitive reactance $1/\omega C$:

$$V_{RC}^2 = (IR)^2 + \left(\frac{I}{\omega C}\right)^2$$

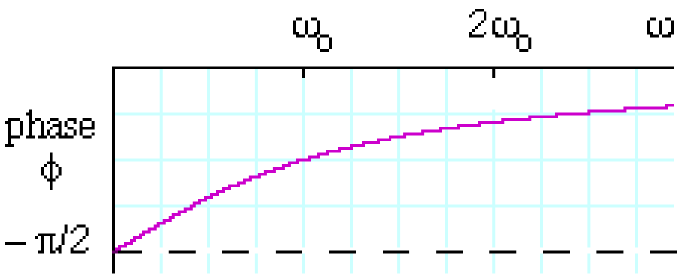
so :

$$V_{RC} = \sqrt{(IR)^2 + \left(\frac{I}{\omega C}\right)^2}$$

$$= I\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\varphi = ArcTan\frac{-\frac{1}{\omega c}}{R} = ArcTan\frac{-1}{R\omega C}$$

نستنتج من هذه العلاقة ان الزاوية φ تتغير من -٩٠ درجة عند ω=0 وتزداد الى الصفر عندما ω تسعى الى اللانهاية كما في الشكل التالي :

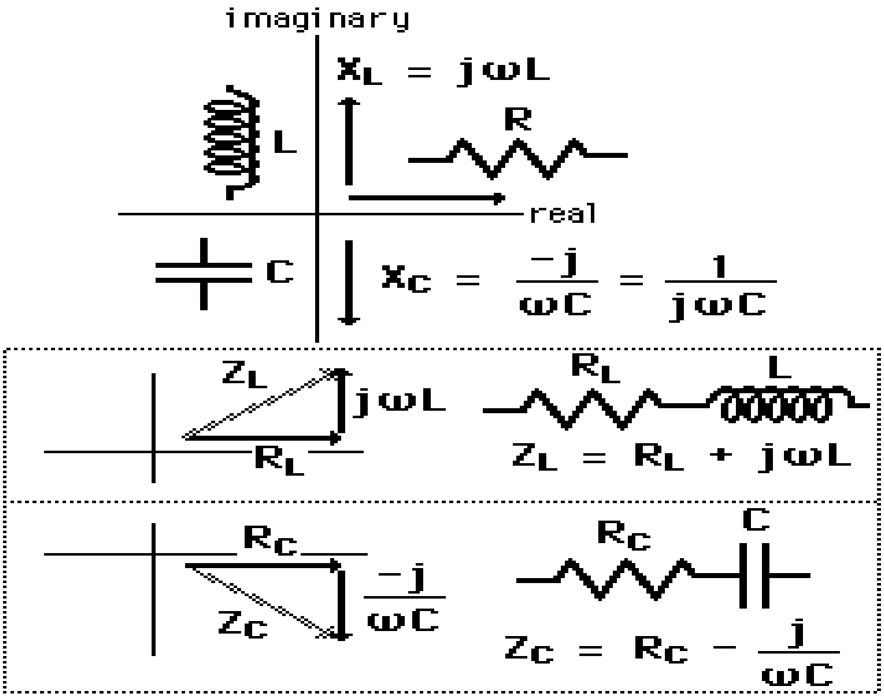


الممانعة المكافئة للدارة التسلسلية تعطى بالعلاقة التالية :

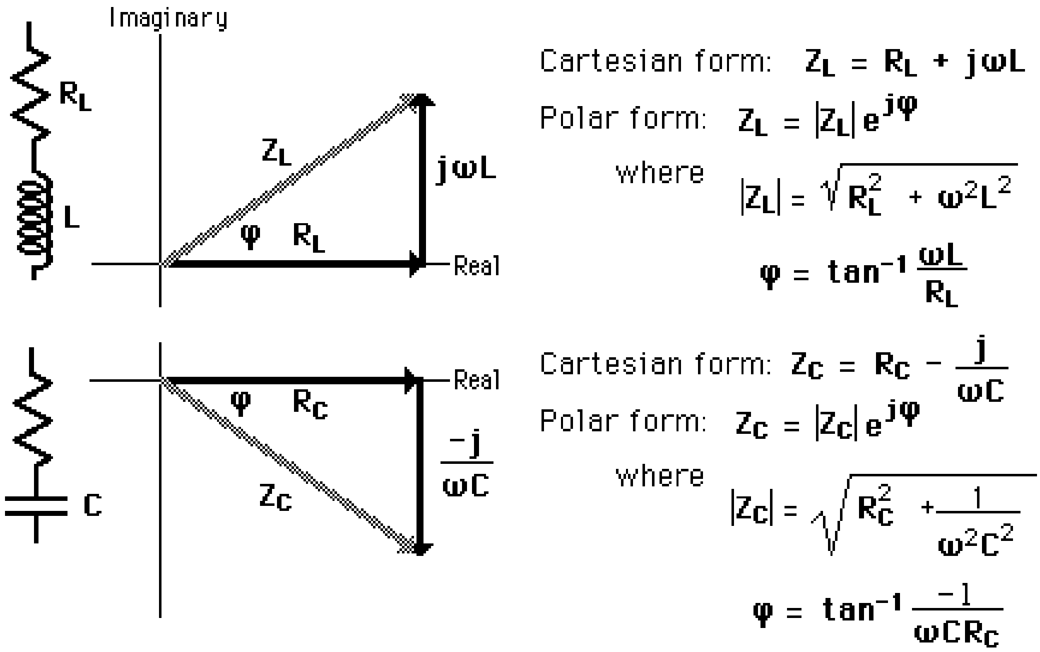
$$Z = R - J\frac{1}{\omega C}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

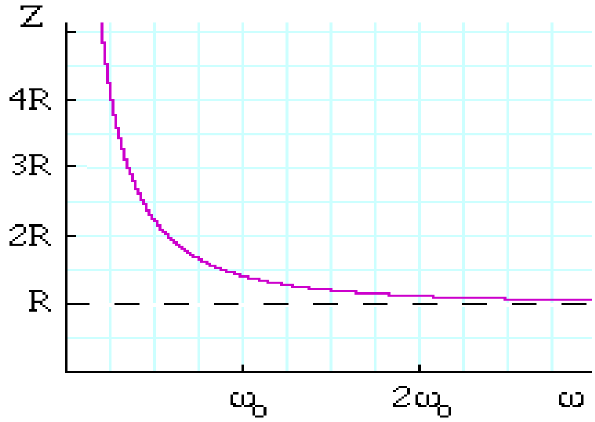
والشكل التالي يوضح المخطط الشعاعي للمانعة :



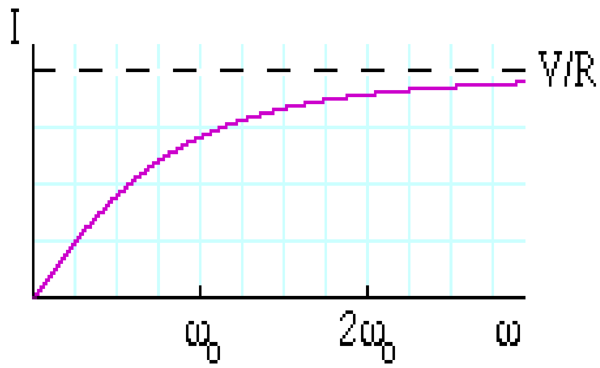
والشكل التالي يوضح القيمة المطلقة للمانعة وزاويتها :



وتتغير هذه الممانعة بدلالة التردد (السرعة الزاوية ω) كما يلي :



طويلة التيار المار في الدارة التي تحتوي على المقاومة الاومية على التسلسل مع المفاعلة السعوية اذا كان الجهد المطبق على الدارة V_{source} ، نلاحظ من الشكل وكذلك من العلاقة ،تغير هذه الطويلة مع التردد



$$I = \frac{V_{source}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

وتكون الاستطاعة الفعلية الضائعة في المقاومة مساويا الى

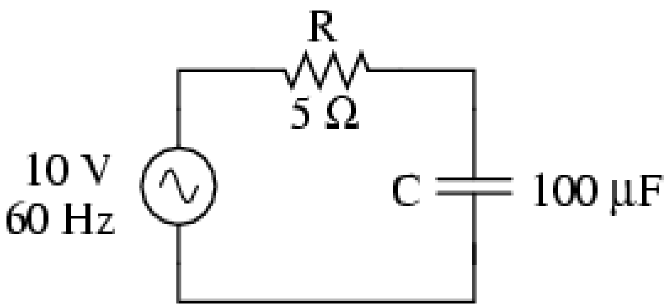
$$P = R * I^2 = V * I * COS(\varphi)$$

والاستطاعة الردية الضائعة في الملف مساويا الى

$$Q = X_c * I^2 = V * I * SIN(\varphi)$$

مثال :

اوجد الممانعة المكافئة للدارة المبينة في الشكل واحسب التيار المار في الدارة :



الحل :

$$Z_{total} = (5\ \Omega \text{ resistance}) + (26.5258\ \Omega \text{ capacitive reactance})$$

$$Z_{total} = 5\ \Omega\ (R) + 26.5258\ \Omega\ (X_C)$$

$$Z_{total} = (5\ \Omega \angle 0^\circ) + (26.5258\ \Omega \angle -90^\circ)$$

or

$$(5 + j0\ \Omega) + (0 - j26.5258\ \Omega)$$

$$Z_{total} = 5 - j26.5258\ \Omega \qquad \textit{or} \qquad 26.993\ \Omega \angle -79.325^\circ$$

Ohm's Law for AC circuits:

$$\mathbf{E = IZ} \qquad \mathbf{I} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{Z}} \qquad \mathbf{Z} = \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{I}}$$

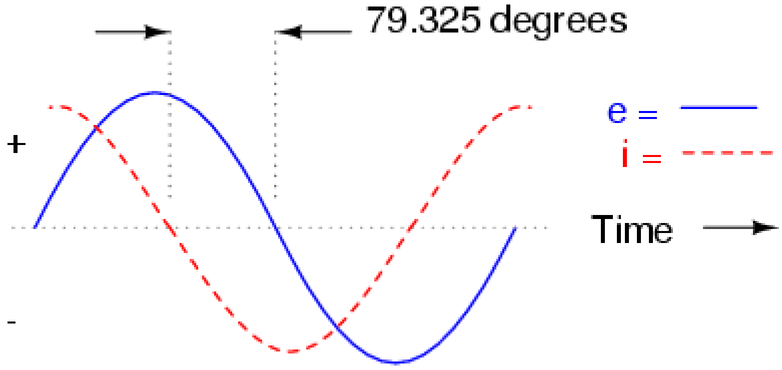
All quantities expressed in complex, not scalar, form

$$I = \frac{E}{Z}$$

$$I = \frac{10\ V \angle 0^\circ}{26.933\ \Omega \angle -79.325^\circ}$$

$$I = 370.5\ mA \angle 79.325^\circ$$

الشكل الموجي للتيار المار في الدارة والجهد المطبق عليها :



نضع النتائج في الجداول التالية :

	R	C	Total	
E			$10 + j0$ $10 \angle 0°$	Volts
I			$68.623m + j364.06m$ $370.5m \angle 79.325°$	Amps
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0°$	$0 - j26.5258$ $26.5258 \angle -90°$	$5 - j26.5258$ $26.993 \angle -79.325°$	Ohms

	R	C	Total	
E			$10 + j0$ $10 \angle 0°$	Volts
I	**$68.623m + j364.06m$** **$370.5m \angle 79.325°$**	**$68.623m + j364.06m$** **$370.5m \angle 79.325°$**	$68.623m + j364.06m$ $370.5m \angle 79.325°$	Amps
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0°$	$0 - j26.5258$ $26.5258 \angle -90°$	$5 - j26.5258$ $26.993 \angle -79.325°$	Ohms

Rule of series circuits:

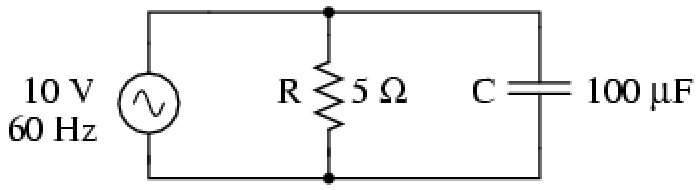
$I_{total} = I_R = I_C$

	R	C	Total	
E	**343.11m + j1.8203** **1.8523** ∠ 79.325°	**9.6569 - j1.8203** **9.8269** ∠ -10.675°	10 + j0 10 ∠ 0°	Volts
I	68.623m + j364.06m 370.5m ∠ 79.325°	68.623m + j364.06m 370.5m ∠ 79.325°	68.623m + j364.06m 370.5m ∠ 79.325°	Amps
Z	5 + j0 5 ∠ 0°	0 - j26.5258 26.5258 ∠ -90°	5 - j26.5258 26.993 ∠ -79.325°	Ohms

Ohm's Law
E = IZ

Ohm's Law
E = IZ

مثال :
اوجد الممانعة المكافئة للدارة المبينة في الشكل واحسب التيار المار في الدارة :



الحل :

	R	C	Total	
E			10 + j0 10 ∠ 0°	Volts
I				Amps
Z	5 + j0 5 ∠ 0°	0 - j26.5258 26.5258 ∠ -90°		Ohms

	R	C	Total	
E	10 + j0 10 ∠ 0°	10 + j0 10 ∠ 0°	10 + j0 10 ∠ 0°	Volts
I				Amps
Z	5 + j0 5 ∠ 0°	0 - j26.5258 26.5258 ∠ -90°		Ohms

Rule of parallel circuits:

$E_{total} = E_R = E_C$

	R	C	Total	
E	10 + j0 10 ∠ 0°	10 + j0 10 ∠ 0°	10 + j0 10 ∠ 0°	Volts
I	**2 + j0** **2 ∠ 0°**	**0 + j376.99m** **376.99m ∠ 90°**		Amps
Z	5 + j0 5 ∠ 0°	0 - j26.5258 26.5258 ∠ -90°		Ohms

Ohm's Law

$I = \frac{E}{Z}$

Ohm's Law

$I = \frac{E}{Z}$

	R	C	Total	
E	10 + j0 10 ∠ 0°	10 + j0 10 ∠ 0°	10 + j0 10 ∠ 0°	Volts
I	2 + j0 2 ∠ 0°	0 + j376.99m 376.99m ∠ 90°	**2 + j376.99m** **2.0352 ∠ 10.675°**	Amps
Z	5 + j0 5 ∠ 0°	0 - j26.5258 26.5258 ∠ -90°		Ohms

Rule of parallel circuits:

$I_{total} = I_R + I_C$

الممانعة المكافئة :

$$Z_{parallel} = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \ldots \frac{1}{Z_n}}$$

	R	C	Total	
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	Volts
I	$2 + j0$ $2 \angle 0^\circ$	$0 + j376.99m$ $376.99m \angle 90^\circ$	$2 + j376.99m$ $2.0352 \angle 10.675^\circ$	Amps
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 - j26.5258$ $26.5258 \angle -90^\circ$	**4.8284 - j910.14m** **4.9135** $\angle -10.675^\circ$	Ohms

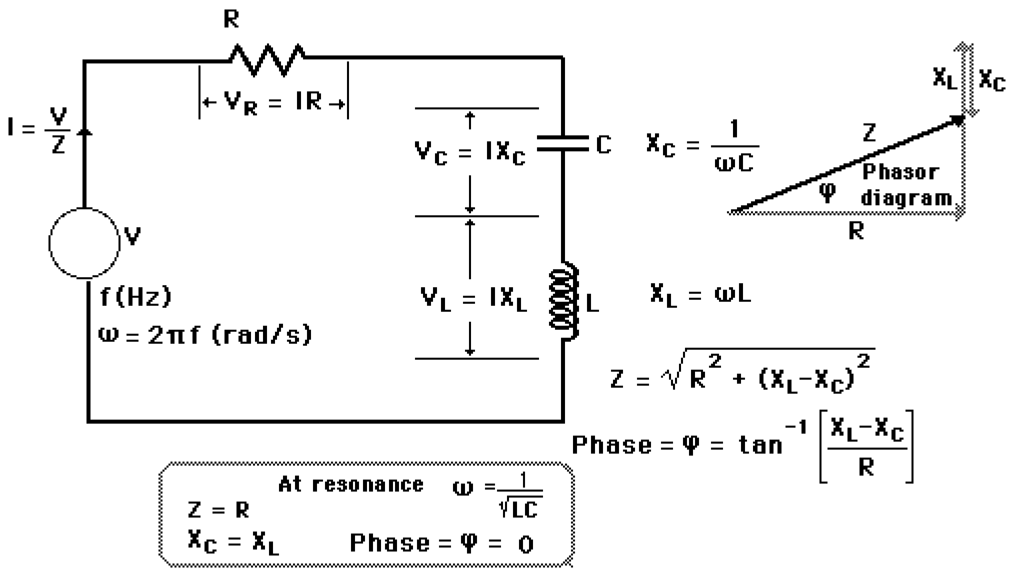
Ohm's Law *or* *Rule of parallel circuits:*

$$Z = \frac{E}{I}$$

$$Z_{total} = \frac{1}{\frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_C}}$$

دارة تحتوي على مقاومة وملف ومكثف The Circuit R-L-C

تمثل الدارة التسلسلية المؤلفة من مقاومة R وملف L ومكثف C وكانها مجموع دارتين تسلسليتين الاولى $L+R_1$ والثانية $C+R_2$ حيث $R=R_1+R_2$ كما في الشكل التالي :



اذا سرى تيار ذو موجة جيبية معادلتها :

$$i = I_{\max} \sin \omega t$$

فان القيمة اللحظية للجهد المطبق على طرفي هذه الدارة هي مجموع القيم اللحظية للجهود على طرفي كل عنصر من عناصر الدارة الثلاثة R,L,C لان الدارة تسلسلية وبالتالي تكون معادلة الجهد حسب كيرشوف الثاني كما يلي :

$$V = V_R + V_L + V_C$$

حيث :

$$V_R = R * i = RI_{\max} \sin \omega t$$

$$V_L = L \frac{di}{dt} = \omega LI_{\max} \cos \omega t$$

$$V_C = \frac{q}{c} = \frac{\int idt}{dt} = \frac{\int I_{\max} \sin \omega t}{c} = -\frac{I_{\max} \cos \omega t}{\omega c}$$

بالتعويض في المعادلة السابقة نحصل على مايلي :

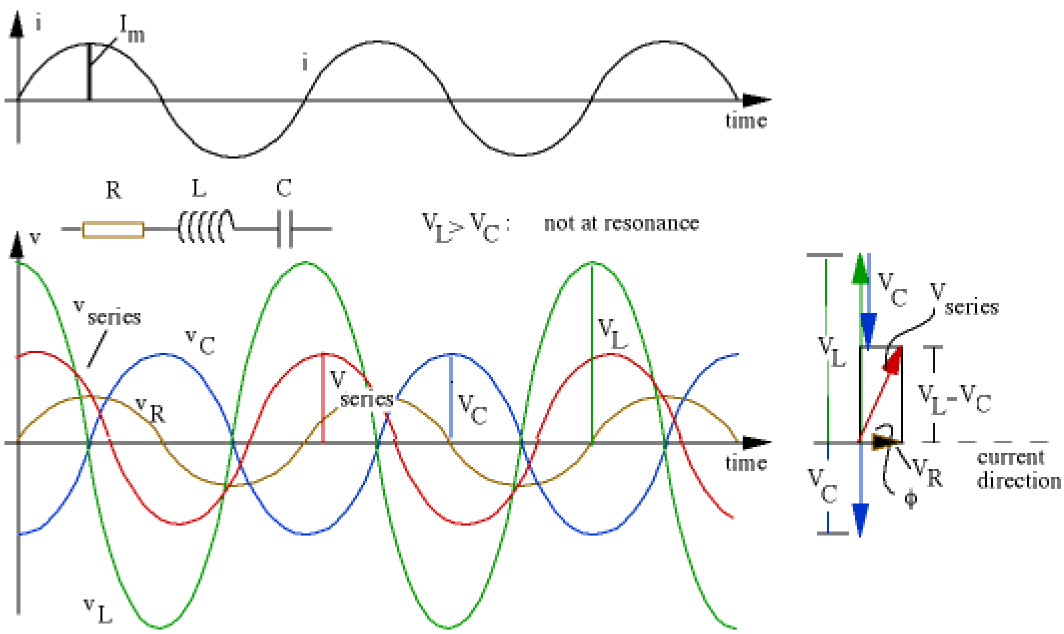
$$V = RI_{\max}\sin\omega t + \omega L I_{\max}\cos\omega t - \frac{I_{\max}}{\omega c}\cos\omega t$$

$$V = RI_{\max}\sin\omega t + (\omega L - \frac{1}{\omega C})I_{\max}\cos\omega t$$

$$V = RI_{\max}\sin\omega t + (X_L - X_C)I_{\max}\cos\omega t$$

$$V = RI_{\max}\sin\omega t + (X_L - X_C)I_{\max}\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

تمثل هذه المعادلة باضلاع مثلث قائم ضلعاه القائمتين V_R ، $(V_L - V_C)$ ونسمي هذا بالمثلث الجهود كما في الشكل التالي :



ويكون الجهد الكلي المطبق على الدارة كما يلي :

$$\mathbf{V_{series} = V_R + j\,(V_L - V_C)}$$

قيم هذه الجهود بدلالة الممانعات والتيار

$$V_{series} = IR + JI(XL - XC)$$

حيث :

$$\mathbf{V_R = IR,\ V_L = IX_L = \omega L\ and\ V_C = IX_C = 1/\omega C}$$

بالتعويض في معادلة الجهد الكلي نحصل على مايلي :

$$V = I\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = I Z_{series}$$

حيث :

$$\mathbf{Z_{series}^2 = R^2 + X_{total}^2}$$
$$\mathbf{= R^2 + (X_L - X_C)^2.}$$

$$Z_{series} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

في الدارة التسلسلية زاوية الممانعة تساوي الزاوية بين الجهد الكلي والتيار الكلي المار في الدارة وتعطى كما يلي :

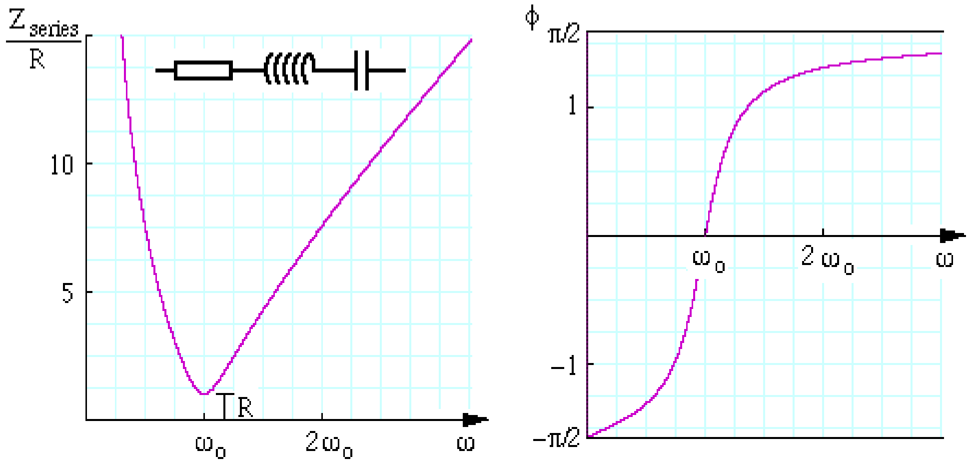
$$\varphi = \mathrm{ArcTan}\ ((V_L - V_C)/V_R).$$

وبالتعويض نحصل على ما يلي :

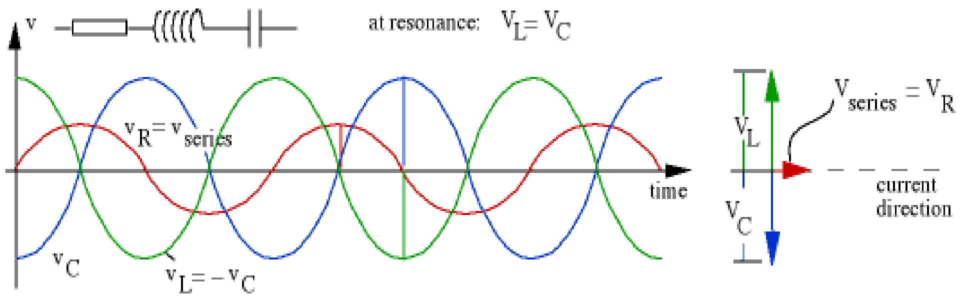
$$\varphi = ArcTan \frac{X_L - X_C}{R}$$

نلاحظ من المعادلة عندما تكون $X_L > X_C$ تكون الزاوية موجبة تكون الحمولة تحريضية والجهد يتقدم على التيار بالزاوية φ كما في الدارسة التسلسلية مقاومة مع وشيعة ، وبالعكس تكون الحمولة سعوية والتيار يتقدم على الجهد بالزاوية φ كما في

الدارسة التسلسلية مقاومة مع مكثف والاشكال التالية يوضح تغير الممانعة مع التردد ، وتغير الزاوية مع التردد .



وعند $X_L=X_C$ تكون الزاوية مساويا الى الصفر وتكون الحمولة اومية فقط والجهد الكلي يساوي الى هبوط الجهد على المقاومة فقط كما في الشكل التالي :



الاستطاعة الفعلية الضاعة في الدارة :

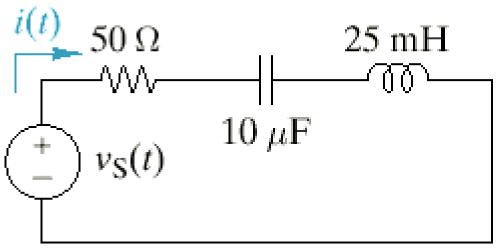
$$P = R * I^2 = V * I * \cos(\varphi)$$

الاستطاعة الردية الضائعة في الدارة :

$$Q = (X_L - X_C) * I^2 = V * I * \sin(\varphi)$$

مثال :

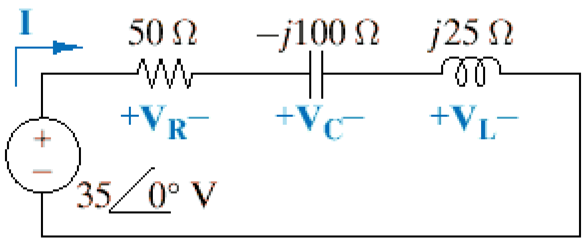
اوجد التيار المار في الدارة المبينة في الشكل :



$$v_s(t) = 35\cos 1000t V$$

الحل :

نوجد قيمة المفعلة السعوية (X_C) والمفاعلة التحريضية X_L ونثبت هذه القيم على الدارة كما في الشكل



الممانعة التسلسلية تساوي :

$$Z_{EQ} = 50 + j25 - j100 = 50 - j75 = 90.1\angle 56.3°\Omega$$

التيار حسب قانون اوم :

$$I = \frac{V_s}{Z_{EQ}} = \frac{35\angle 0°}{90.1\angle -56.3°} = 0.388\angle 56.3° A$$

هبوط الجهد على عناصر الدارة

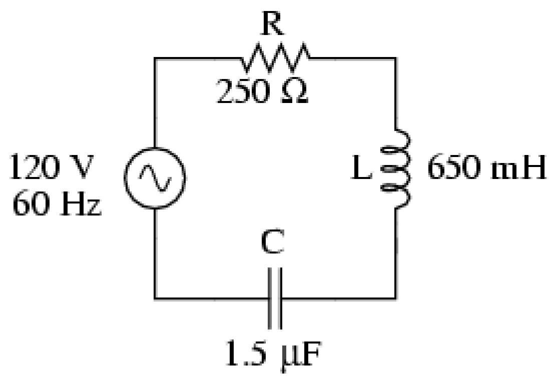
$$V_R = Z_R I = 50 \times 0.388\angle 56.3^\circ = 19.4\angle 56.3^\circ V$$
$$V_L = Z_L I = j25 \times 0.388\angle 56.3^\circ = 9.70\angle 146.3^\circ V$$
$$V_C = Z_C I = -j100 \times 0.388\angle 56.3^\circ = 38.8\angle -33.7^\circ V$$

كتابة قيم التيار والجهد بصيغة المثلثية :

$$i(t) = \mathrm{Re}\{0.388 e^{j56.3^\circ} e^{j1000t}\} = 0.388\cos(1000t + 56.3^\circ)A$$
$$V_R(t) = \mathrm{Re}\{19.4 e^{j56.3^\circ} e^{j1000t}\} = 19.4\cos(1000t + 56.3^\circ)V$$
$$V_L(t) = \mathrm{Re}\{9.70 e^{j146.3^\circ} e^{j1000t}\} = 9.70\cos(1000t + 146.3^\circ)V$$
$$V_C(t) = \mathrm{Re}\{38.8 e^{-j33.7^\circ} e^{j1000t}\} = 38.8\cos(1000t + 33.7^\circ)V$$

مثال :

اوجد الممانعة الكلية للدارة المبينة في الشكل واحسب التيار المار في الدارة واحسب مجموع هبوطات الجهود على عناصر الدارة ، وارسم المخطط الشعاعي للجهود لهذه الدارة .



الحل :

$$X_L = 2\pi fL$$

$$X_L = (2)(\pi)(60\ \text{Hz})(650\ \text{mH})$$

$$X_L = 245.04\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$X_C = \frac{1}{(2)(\pi)(60\ \text{Hz})(1.5\ \mu\text{F})}$$

$$X_C = 1.7684\ \text{k}\Omega$$

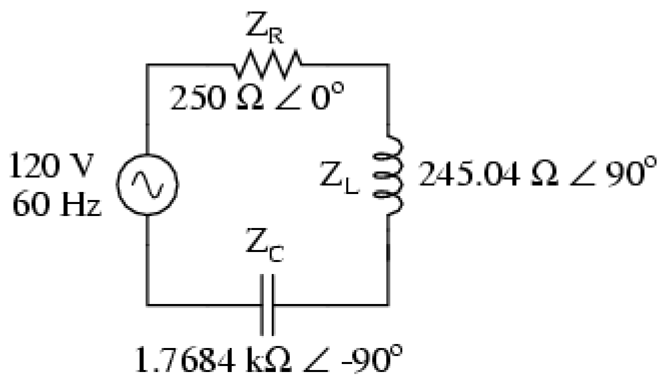
كتابة هذه الممانعات بالشكل الديكارتي والقطبي :

$$Z_R = 250 + j0\ \Omega \quad \textit{or} \quad 250\ \Omega \angle 0^\circ$$

$$Z_L = 0 + j245.04\ \Omega \quad \textit{or} \quad 245.04\ \Omega \angle 90^\circ$$

$$Z_C = 0 - j1.7684\text{k}\ \Omega \quad \textit{or} \quad 1.7684\ \text{k}\Omega \angle -90^\circ$$

نثبت هذه القيم على الشكل التالي :



ونضع هذه القيم في الجدول التالي :

	R	L	C	Total	
E				**120 + j0** **120 ∠ 0°**	Volts
I					Amps
Z	**250 + j0** **250 ∠ 0°**	**0 + j245.04** **254.04 ∠ 90°**	**0 - j1.7684k** **1.7684k ∠ -90°**		Ohms

حساب الممانعة الكلية :

$$Z_{total} = Z_R + Z_L + Z_C$$

$$Z_{total} = (250 + j0\ \Omega) + (0 + j245.04\ \Omega) + (0 - j1.7684k\ \Omega)$$

$$Z_{total} = 250 - j1.5233k\ \Omega \quad or \quad 1.5437\ k\Omega \angle -80.680^{\circ}$$

	R	L	C	Total	
E				120 + j0 120 ∠ 0°	Volts
I					Amps
Z	250 + j0 250 ∠ 0°	0 + j245.04 254.04 ∠ 90°	0 - j1.7684k 1.7684k ∠ -90°	**250 - j1.5233k** **1.5437k ∠ -80.680°**	Ohms

Rule of series circuits:
$Z_{total} = Z_R + Z_L + Z_C$

حسب قانون اوم التيار المار في الدارة :

	R	L	C	Total	
E				120 + j0 120 ∠ 0°	Volts
I				**12.589m + 76.708m** **77.734m ∠ 80.680°**	Amps
Z	250 + j0 250 ∠ 0°	0 + j245.04 254.04 ∠ 90°	0 - j1.7684k 1.7684k ∠ -90°	250 - j1.5233k 1.5437k ∠ -80.680°	Ohms

Ohm's Law
$I = \frac{E}{Z}$

بما ان الدارة تسلسلية يكون التيار متساو في جميع عناصر الدارة :

	R	L	C	Total	
E				120 + j0 120 ∠ 0°	Volts
I	**12.589m + 76.708m** **77.734m** ∠ 80.680°	**12.589m + 76.708m** **77.734m** ∠ 80.680°	**12.589m + 76.708m** **77.734m** ∠ 80.680°	12.589m + 76.708m 77.734m ∠ 80.680°	Amps
Z	250 + j0 250 ∠ 0°	0 + j245.04 254.04 ∠ 90°	0 - j1.7684k 1.7684k ∠ -90°	250 - j1.5233k 1.5437k ∠ -80.680°	Ohms

Rule of series circuits:
$I_{total} = I_R = I_L = I_C$

هبوطات الجهد على عناصر الدارة :

	R	L	C	Total	
E	**3.1472 + j19.177** **19.434** ∠ 80.680°	**-18.797 + j3.0848** **19.048** ∠ 170.68°	**135.65 - j22.262** **137.46** ∠ -9.3199°	120 + j0 120 ∠ 0°	Volts
I	12.589m + 76.708m 77.734m ∠ 80.680°	12.589m + 76.708m 77.734m ∠ 80.680°	12.589m + 76.708m 77.734m ∠ 80.680°	12.589m + 76.708m 77.734m ∠ 80.680°	Amps
Z	250 + j0 250 ∠ 0°	0 + j245.04 254.04 ∠ 90°	0 - j1.7684k 1.7684k ∠ -90°	250 - j1.5233k 1.5437k ∠ -80.680°	Ohms

Ohm's Law E = IZ	*Ohm's Law* E = IZ	*Ohm's Law* E = IZ

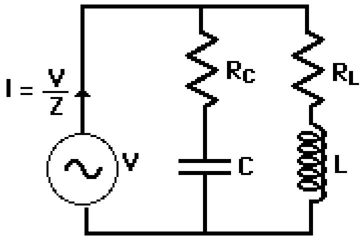
حسب قانون كيرشوف الثاني مجموع هبوطات الجهد في الحلقة المغلقة (الدارة المغلقة) يساوي الى مجموع جهود المنابع :

$$E_R + E_L + E_C \ \textit{should equal} \ E_{total}$$

$$\begin{array}{rll} & 3.1472 + j19.177 \text{ V} & E_R \\ & -18.797 + j3.0848 \text{ V} & E_L \\ + & 135.65 - j22.262 \text{ V} & E_C \\ \hline & 120 + j0 \ \ \text{V} & E_{total} \end{array}$$

الدارة التفرعية :

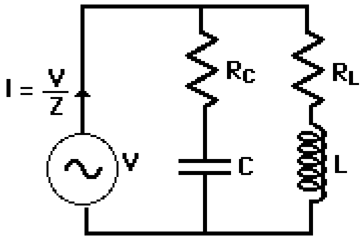
يتم حساب الممانعة المكافئة كما في الاشكال التالية :



$$\frac{1}{Z_{equiv}} = \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C} \quad \text{so} \quad Z_{equiv} = \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C}.$$

But although the branch impedance magnitudes can be calculated from

$$Z_L = \sqrt{R_L^2 + \omega^2 L^2} \quad \text{and} \quad Z_C = \sqrt{R_C^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$



$$Z_{equiv} = \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} = \frac{(R_L + j\omega L)(R_C - \frac{j}{\omega C})}{(R_L + R_C) + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

When this expression is rationalized and put in the standard form

$$Z_{eq} = R_{eq} + jX_{eq} = |Z|e^{j\varphi}$$ Calculation

$$Z_{equiv} = \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} = \frac{(R_L + j\omega L)(R_C - \frac{j}{\omega C})}{(R_L + R_C) + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = R_{eq} + jX_{eq} = |Z|e^{j\varphi}$$

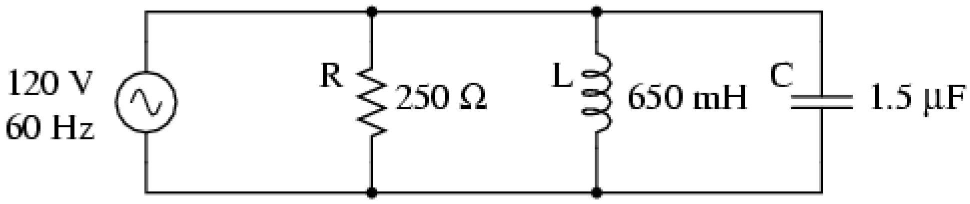
حيث :

$$Z = \sqrt{R_{eq}^2 + X_{eq}^2}$$

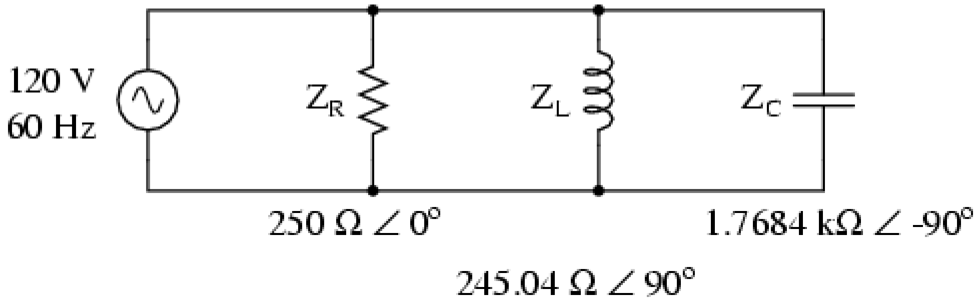
$$\varphi = ArcTan \frac{X_{eq}}{R_{eq}}$$

مثال :

اوجد التيار المار في عناصر الدارة المبينة في الشكل التالي :



نحسب الممانعة كل عنصر ونثبته على الشكل :



ونضع النتائج في الجدول التالي :

	R	L	C	Total	
E				**120 + j0** **120 ∠ 0°**	Volts
I					Amps
Z	**250 + j0** **250 ∠ 0°**	**0 + j245.04** **254.04 ∠ 90°**	**0 - j1.7684k** **1.7684k ∠ -90°**		Ohms

بما الجهود متساوية على جميع العناصر لان الدارة تفرعية :

	R	L	C	Total	
E	**120 + j0** **120 ∠ 0°**	**120 + j0** **120 ∠ 0°**	**120 + j0** **120 ∠ 0°**	120 + j0 120 ∠ 0°	Volts
I					Amps
Z	250 + j0 250 ∠ 0°	0 + j245.04 254.04 ∠ 90°	0 - j1.7684k 1.7684k ∠ -90°		Ohms

Rule of parallel circuits:

$E_{total} = E_R = E_L = E_C$

نحسب التيار المار في الفروع بتطبيق قانون اوم :

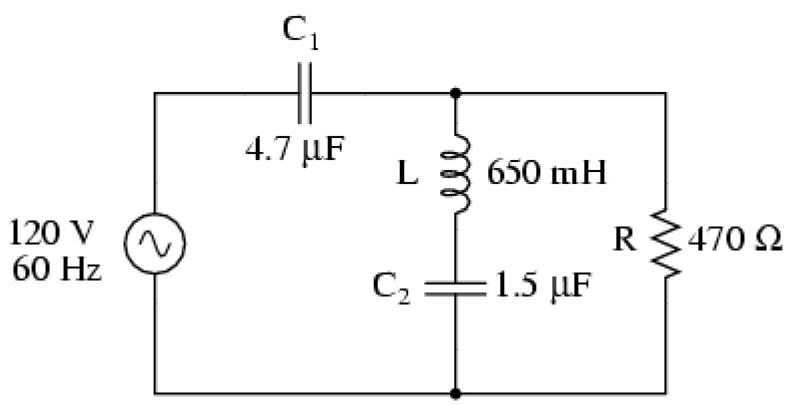
	R	L	C	Total	
E	120 + j0 120 ∠ 0°	120 + j0 120 ∠ 0°	120 + j0 120 ∠ 0°	120 + j0 120 ∠ 0°	Volts
I	**480m + j0** **480 ∠ 0°**	**0 - j489.71m** **489.71m ∠ -90°**	**0 + j67.858m** **67.858m ∠ 90°**		Amps
Z	250 + j0 250 ∠ 0°	0 + j245.04 254.04 ∠ 90°	0 - j1.7684k 1.7684k ∠ -90°		Ohms
	Ohm's Law $I = \frac{E}{Z}$	*Ohm's Law* $I = \frac{E}{Z}$	*Ohm's Law* $I = \frac{E}{Z}$		

التيار الكلي الصادر من المنبع يساوي مجموع الشعاعي لتيارات الفروع ،والممانعة المكافئة للدارة تساوي الى تقسيم الجهد الكلي على التيار الكلي المار في الدارة :

	R	L	C	Total	
E	120 + j0 120 ∠ 0°	120 + j0 120 ∠ 0°	120 + j0 120 ∠ 0°	120 + j0 120 ∠ 0°	Volts
I	480m + j0 480 ∠ 0°	0 - j489.71m 489.71m ∠ -90°	0 + j67.858m 67.858m ∠ 90°	**480m - j421.85m** **639.03m ∠ -41.311°**	Amps
Z	250 + j0 250 ∠ 0°	0 + j245.04 254.04 ∠ 90°	0 - j1.7684k 1.7684k ∠ -90°	**141.05 + j123.96** **187.79 ∠ 41.311°**	Ohms

مثال :

اوجد التيار المار في عناصر الدارة التالية :



الحل :

نحسب ممانعة العناصر التالية :

Reactances and Resistances:

$X_{C1} = \frac{1}{2\pi f C_1}$ $X_{C1} = \frac{1}{(2)(\pi)(60\ Hz)(4.7\ \mu F)}$ $X_{C1} = 564.38\ \Omega$	$X_L = 2\pi f L$ $X_L = (2)(\pi)(60\ Hz)(650\ mH)$ $X_L = 245.04\ \Omega$
$X_{C2} = \frac{1}{2\pi f C_2}$ $X_{C2} = \frac{1}{(2)(\pi)(60\ Hz)(1.5\ \mu F)}$ $X_{C2} = 1.7684\ k\Omega$	$R = 470\ \Omega$

$$Z_{C1} = 0 - j564.38\ \Omega \quad \textit{or} \quad 564.38\ \Omega \angle -90^\circ$$

$$Z_L = 0 + j245.04\ \Omega \quad \textit{or} \quad 245.04\ \Omega \angle 90^\circ$$

$$Z_{C2} = 0 - j1.7684k\ \Omega \quad \textit{or} \quad 1.7684\ k\Omega \angle -90^\circ$$

$$Z_R = 470 + j0\ \Omega \quad \textit{or} \quad 470\ \Omega \angle 0^\circ$$

نضع النتائج في الجدول التالي :

	C_1	L	C_2	R	Total	
E					120 + j0 $120 \angle 0^\circ$	Volts
I						Amps
Z	0 - j564.38 $564.38 \angle -90^\circ$	0 + j245.04 $245.04 \angle 90^\circ$	0 - j1.7684k $1.7684k \angle -90^\circ$	470 + j0 $470 \angle 0^\circ$		Ohms

نلاحظ من الشكل L,C_2 على التسلسل ، والنتيجة على التفرع مع المقاومة R ، والنتيجة على التسلسل مع C_1 كما في الجدول التالي :

	L -- C_2	R // (L -- C_2)	*Total* C_1 -- [R // (L -- C_2)]	
E				Volts
I				Amps
Z				Ohms

وبتطبيق قوانين التسلسل والتفرع لحساب الممانعة المكافئة ونضعها في الجدول التالي :

	$L -- C_2$	$R \,//\, (L -- C_2)$	*Total* $C_1 -- [R \,//\, (L -- C_2)]$	
E			$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	Volts
I				Amps
Z	**$0 - j1.5233k$** **$1.5233k \angle -90^\circ$**	**$429.15 - j132.41$** **$449.11 \angle -17.147^\circ$**	**$429.15 - j696.79$** **$818.34 \angle -58.371^\circ$**	Ohms

Rule of series circuits:
$Z_{L--C2} = Z_L + Z_{C2}$

Rule of parallel circuits:

$$Z_{R//(L--C2)} = \frac{1}{\dfrac{1}{Z_R} + \dfrac{1}{Z_{L--C2}}}$$

Rule of series circuits:
$Z_{total} = Z_{C1} + Z_{R//(L--C2)}$

التيار الكلي المار في الدارة بتطبيق قانون اوم ونضع النتيجة في الجدول التالي :

	$L -- C_2$	$R \,//\, (L -- C_2)$	*Total* $C_1 -- [R \,//\, (L -- C_2)]$	
E			$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	Volts
I			**$76.899m + j124.86m$** **$146.64m \angle 58.371^\circ$**	Amps
Z	$0 - j1.5233k$ $1.5233k \angle -90^\circ$	$429.15 - j132.41$ $449.11 \angle -17.147^\circ$	$429.15 - j696.79$ $818.34 \angle -58.371^\circ$	Ohms

Ohm's Law

$$I = \frac{E}{Z}$$

وهونفس التيار المار في C_1 :

	C_1	L	C_2	R	
E					Volts
I	**76.899m + j124.86m** **146.64m** ∠ 58.371°				Amps
Z	0 - j564.38 564.38 ∠ -90°	0 + j245.04 245.04 ∠ 90°	0 - j1.7684k 1.7684k ∠ -90°	470 + j0 470 ∠ 0°	Ohms

Rule of series circuits:
$I_{total} = I_{C1} = I_{R//(L-C2)}$

وهو نفس التيار المار في الفرع المكافئ للفرعين R ، $L\text{-}C_2$:

	L -- C_2	R // (L -- C_2)	*Total* C_1 -- [R // (L -- C_2)]	
E			120 + j0 120 ∠ 0°	Volts
I		**76.899m + j124.86m** **146.64m** ∠ 58.371°	76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°	Amps
Z	0 - j1.5233k 1.5233k ∠ -90°	429.15 - j132.41 449.11 ∠ -17.147°	429.15 - j696.79 818.34 ∠ -58.371°	Ohms

Rule of series circuits:
$I_{total} = I_{C1} = I_{R//(L-C2)}$

هبوط الجهد على العنصر C_1 :

$$V_{C1} = I * X_{C1} = 146.64*10^{-3}\angle 58.37*564.38\angle -90 = 82.76\angle -31.6$$

	C_1	L	C_2	R	
E	**70.467 - j43.400** **82.760** ∠ -31.629°				Volts
I	76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°				Amps
Z	0 - j564.38 564.38 ∠ -90°	0 + j245.04 245.04 ∠ 90°	0 - j1.7684k 1.7684k ∠ -90°	470 + j0 470 ∠ 0°	Ohms

Ohm's Law
E = IZ

الجهد المطبق على الفرع المكافئ R ، $L\text{-}C_2$:

$$V_R = V_T - V_{C1} = 120\angle 0 - 82.67\angle -31.62 = 65.85\angle 41.22V$$

	L -- C_2	R // (L -- C_2)	*Total* C_1 -- [R // (L -- C_2)]	
E		**49.533 + j43.400** **65.857 ∠ 41.225°**	120 + j0 120 ∠ 0°	Volts
I		76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°	76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°	Amps
Z	0 - j1.5233k 1.5233k ∠ -90°	429.15 - j132.41 449.11 ∠ -17.147°	429.15 - j696.79 818.34 ∠ -58.371°	Ohms

Ohm's Law
E = IZ

الجهد المطبق على المقاومة R هو نفس الجهد المطبق على الدارة المكافئة :

	C_1	L	C_2	R	
E	70.467 - j43.400 82.760 ∠ -31.629°			**49.533 + j43.400** **65.857 ∠ 41.225°**	Volts
I	76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°				Amps
Z	0 - j564.38 564.38 ∠ -90°	0 + j245.04 245.04 ∠ 90°	0 - j1.7684k 1.7684k ∠ -90°	470 + j0 470 ∠ 0°	Ohms

Rule of parallel circuits:
$E_{R//(L-C2)} = E_R = E_{L-C2}$

	L -- C_2	R // (L -- C_2)	*Total* C$_1$ -- [R // (L -- C_2)]	
E	**49.533 + j43.400** **65.857 ∠ 41.225°**	49.533 + j43.400 65.857 ∠ 41.225°	120 + j0 120 ∠ 0°	Volts
I		76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°	76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°	Amps
Z	0 - j1.5233k 1.5233k ∠ -90°	429.15 - j132.41 449.11 ∠ -17.147°	429.15 - j696.79 818.34 ∠ -58.371°	Ohms

Rule of parallel circuits:

$E_{R//(L--C2)} = E_R = E_{L--C2}$

	C_1	L	C_2	R	
E	70.467 - j43.400 82.760 ∠ -31.629°			49.533 + j43.400 65.857 ∠ 41.225°	Volts
I	76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°			**105.39m + j92.341m** **140.12m ∠ 41.225°**	Amps
Z	0 - j564.38 564.38 ∠ -90°	0 + j245.04 245.04 ∠ 90°	0 - j1.7684k 1.7684k ∠ -90°	470 + j0 470 ∠ 0°	Ohms

Ohm's Law

$$I = \frac{E}{Z}$$

	L -- C_2	R // (L -- C_2)	*Total* C$_1$ -- [R // (L -- C_2)]	
E	49.533 + j43.400 65.857 ∠ 41.225°	49.533 + j43.400 65.857 ∠ 41.225°	120 + j0 120 ∠ 0°	Volts
I	**-28.490m + j32.516m** **43.232m ∠ 131.22°**	76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°	76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°	Amps
Z	0 - j1.5233k 1.5233k ∠ -90°	429.15 - j132.41 449.11 ∠ -17.147°	429.15 - j696.79 818.34 ∠ -58.371°	Ohms

Ohm's Law

$$I = \frac{E}{Z}$$

$I_{R//(L--C2)}$ *should be equal to* $I_R + I_{(L--C2)}$

$$\begin{array}{rr} & 105.39m + j92.341m \\ + & -28.490m + j32.516m \\ \hline & 76.899m + j124.86m \end{array} \longleftarrow \textit{Indeed, it is!}$$

	C_1	L	C_2	R	
E	70.467 - j43.400 82.760 ∠ -31.629°			49.533 + j43.400 65.857 ∠ 41.225°	Volts
I	76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°	**-28.490m + j32.516m** **43.232m** ∠ 131.22°	**-28.490m + j32.516m** **43.232m** ∠ 131.22°	105.39m + j92.341m 140.12m ∠ 41.225°	Amps
Z	0 - j564.38 564.38 ∠ -90°	0 + j245.04 245.04 ∠ 90°	0 - j1.7684k 1.7684k ∠ -90°	470 + j0 470 ∠ 0°	Ohms

Rule of series circuits:
$I_{L--C2} = I_L = I_{C2}$

	C_1	L	C_2	R	
E	70.467 - j43.400 82.760 ∠ -31.629°	**-7.968 - j6.981** **10.594** ∠ 221.22°	**57.501 + j50.382** **76.451** ∠ 41.225	49.533 + j43.400 65.857 ∠ 41.225°	Volts
I	76.899m + j124.86m 146.64m ∠ 58.371°	-28.490m + j32.516m 43.232m ∠ 131.22°	-28.490m + j32.516m 43.232m ∠ 131.22°	105.39m + j92.341m 140.12m ∠ 41.225°	Amps
Z	0 - j564.38 564.38 ∠ -90°	0 + j245.04 245.04 ∠ 90°	0 - j1.7684k 1.7684k ∠ -90°	470 + j0 470 ∠ 0°	Ohms

Ohm's Law
E = IZ

Ohm's Law
E = IZ